

# アナログ信号処理

2020年7月28日

佐賀大学 房安貴弘

先端エレクトロニクスDAQセミナー2020

総研大講義「計測と制御」

# 自己紹介

房安 貴弘 (ふさやす たかひろ)

佐賀大学工学部 物理科学科

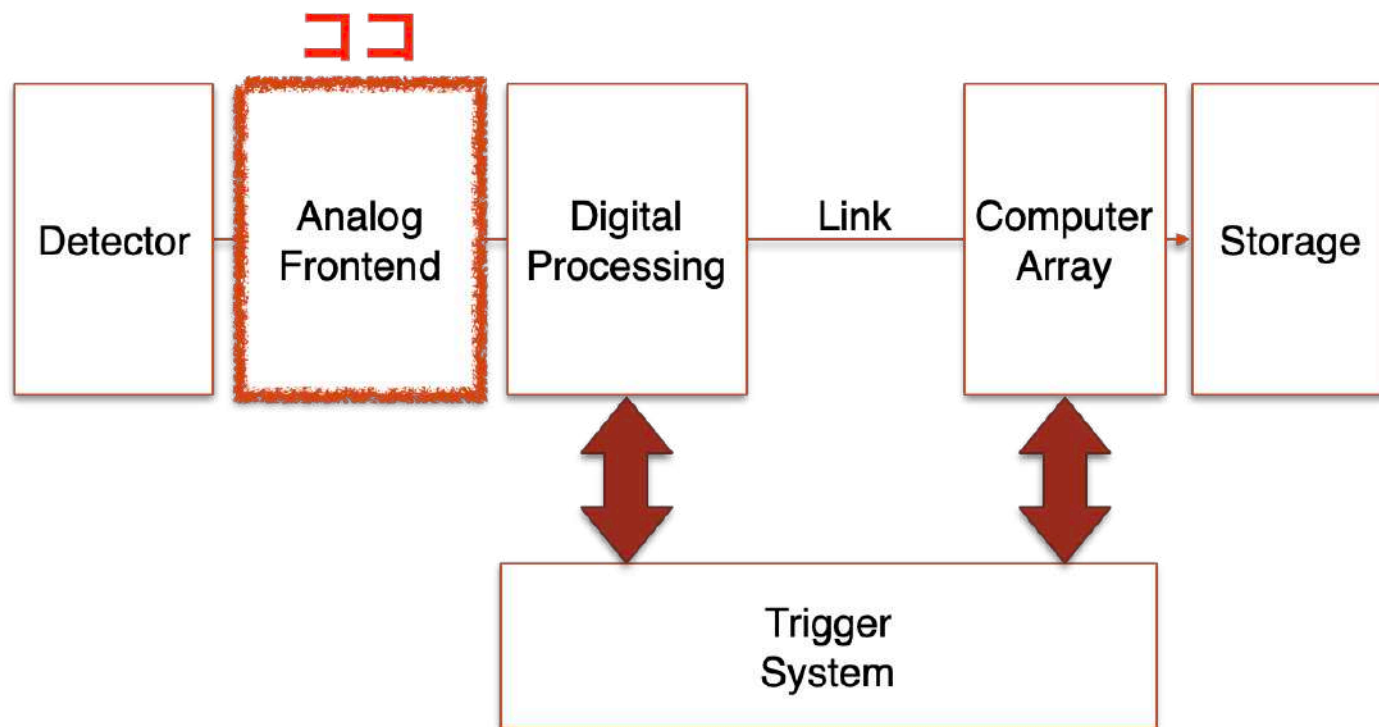
高エネルギー物理学研究室

これまでの主な開発経験 (エレキ関係)

- MVD検出器の読出しFPGA
- 半導体テスターのDCテストモジュール
- ピクセル素子ASICを用いたマイクロディスプレイ
- GEM信号のストリップ読出しASIC (ADC付き)
- ILC TPC検出器のエレキまわり (現在)

# 本講義について

- ASICやアナログ回路開発に取り組もうという人にとっては必須の基礎知識を概説する。
- ASICを必ずしも専門にしない人も、フロントエンド回路ってどうなっているのかを知っておくことで、共同研究者と議論するのに役立つ知識。



# Contents

## (前半) アナログ信号処理

- ・ オペアンプとラプラス変換
- ・ オペアンプを用いた放射線検出器用回路

## (後半) トランジスタの基礎

- ・ トランジスタの仕組み
- ・ MOSFETによる増幅回路
- ・ オペアンプ内部の回路

# オペアンプとラプラス変換

---

# 放射線検出器用回路の 予備知識として

- ラプラス変換  
電子回路の過渡特性は微分方程式で表される。  
微分方程式を解くツールとして。
- オペアンプ  
増幅回路、加算回路、微分回路に積分回路、  
何でもござれの便利グッズ。

# ラプラス変換による回路解析

- ラプラス変換の定義。

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

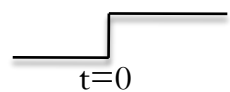
- ラプラス変換により微分は  $s$  に、積分は  $(1/s)$  になる。  
→ 電気回路が四則演算で解けてしまう！
- 手順：
  - ① ラプラス変換により回路図を time-domain から s-domain に変換
  - ② s-domain 上で方程式を解く
  - ③ 解を逆ラプラス変換すると time-domain 上での解が得られる。

# ラプラス変換表

- ラプラス変換による回路解析では、実際に先のラプラス変換式を計算することはない。手元の「ラプラス変換表」を用いれば事足りるからである。
- 以下、ラプラス変換表から抜粋。  
「左→右」がラプラス変換で、「右→左」がラプラス逆変換。



単位インパルス波形



単位ステップ関数

| $f(t)$        | $F(s)$         |
|---------------|----------------|
| $\delta(t)$   | 1              |
| $u(t)$        | $1/s$          |
| $e^{-at}u(t)$ | $1/(s+a)$      |
| $df(t)/dt$    | $sF(s) - f(0)$ |
| $\int f(t)dt$ | $(1/s)F(s)$    |



# キャパシタ C のラプラス変換

- 時間微分に関するラプラス変換対 (ラプラス変換表の 2・28 式)

$$\frac{df(t)}{dt} \Leftrightarrow sF(s) - f(0)$$

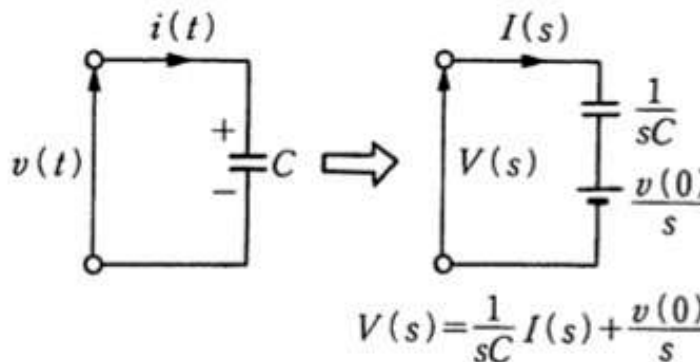
を用いると、時間の世界における キャパシタ の電圧-電流関係

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

のラプラス変換が次のように得られる。

$$I(s) = C(sV(s) - v(0)) = sCV(s) - Cv(0) \quad \therefore V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{v(0)}{s}$$

つまり、裏回路において キャパシタ は、インピーダンス  $1/sC$  を持つ素子として表現される。(ただし初期値分だけの電池  $v(0)/s$  も付加される)



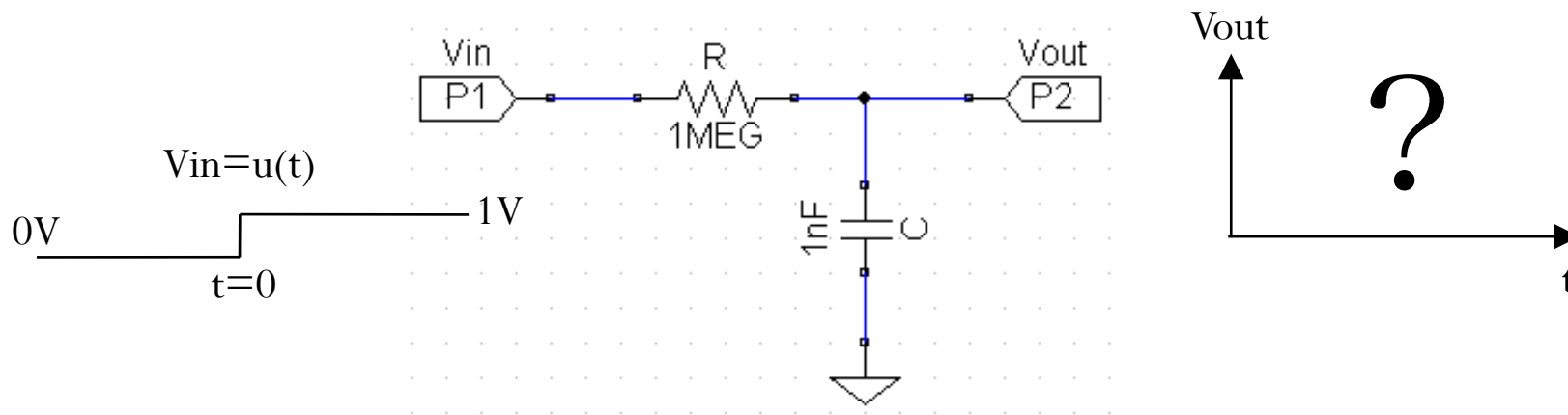
多くの場合、  
キャパシタの初期値は  
0Vなので、その場合は  
無視して良い

図 2-10 コンデンサ C の裏回路

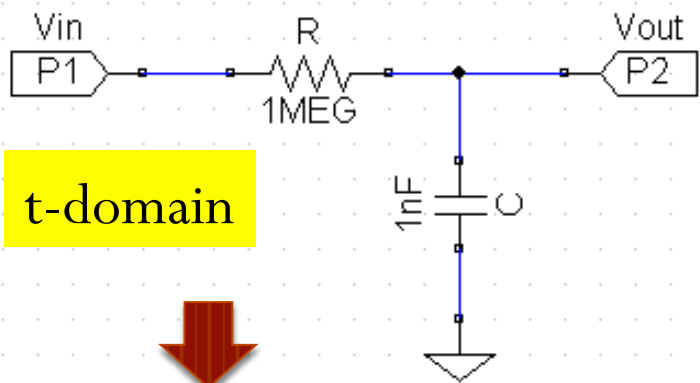
# Example:

## RC LPFのラプラス変換による解析

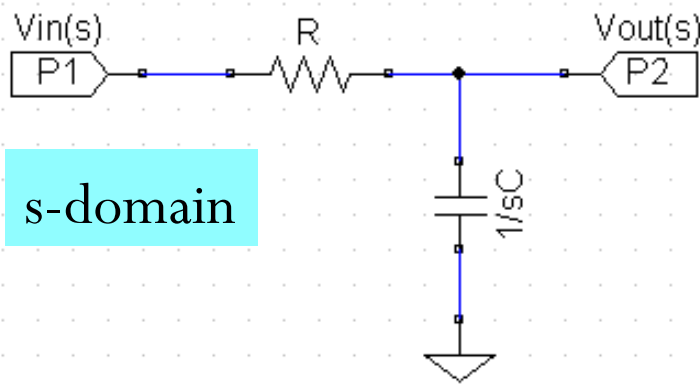
- RC回路の $V_{in}$ が1Vでステップ関数的に立ち上がる時、出力波形はどうなるか。



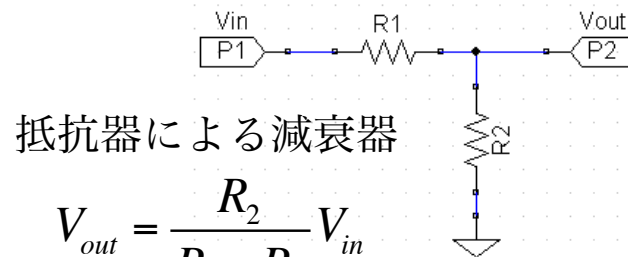
# Example: RC LPFのラプラス変換による解析



t-domain



s-domain



抵抗器による減衰器

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$

のアナロジーで考えると・・・

$$V_{out}(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_{in}(s) = \frac{1}{1 + sRC} \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

ラプラス変換表により、

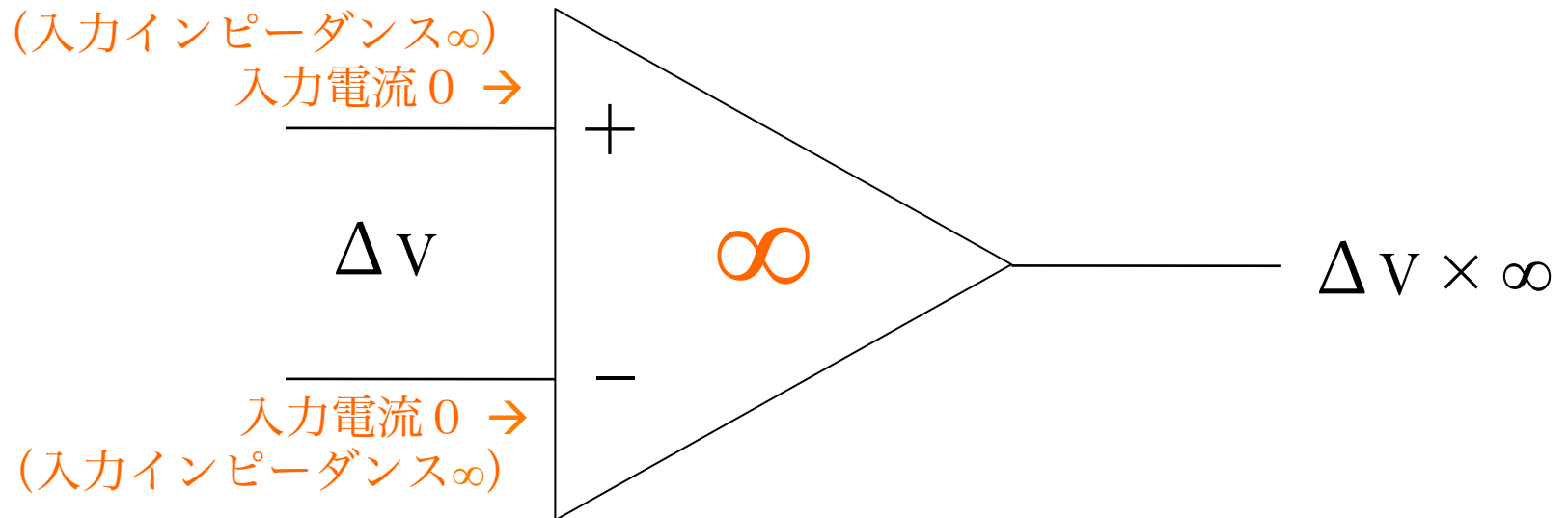
$$F(s) \rightarrow f(t): \frac{1}{s} \rightarrow u(t), \quad \frac{1}{s+a} \rightarrow e^{-at} u(t)$$

と逆変換されるので、以下を得る。

$$V_{out}(t) = u(t) - e^{-\frac{t}{RC}} u(t) = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t > 0)$$

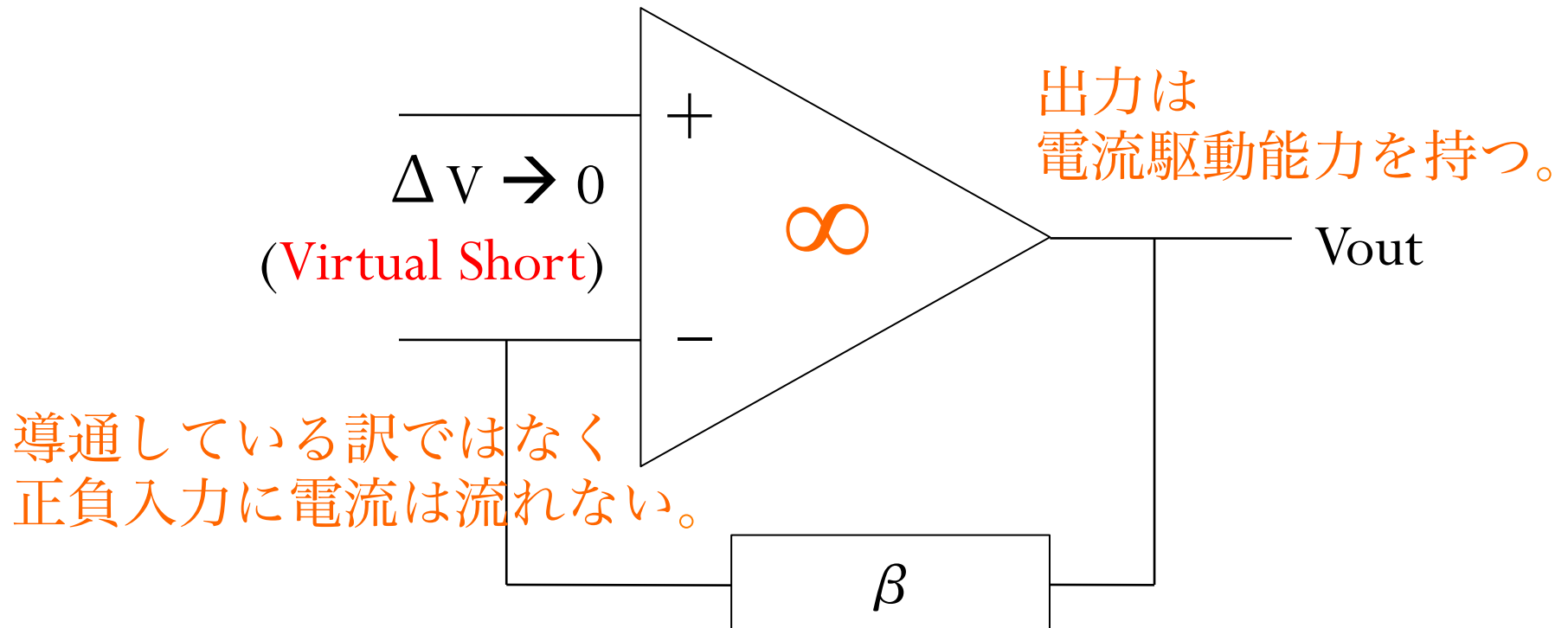
# 理想的オペアンプ (OPamp: Operational Amplifier)

- 入力の差動電圧を無限大に増幅する。

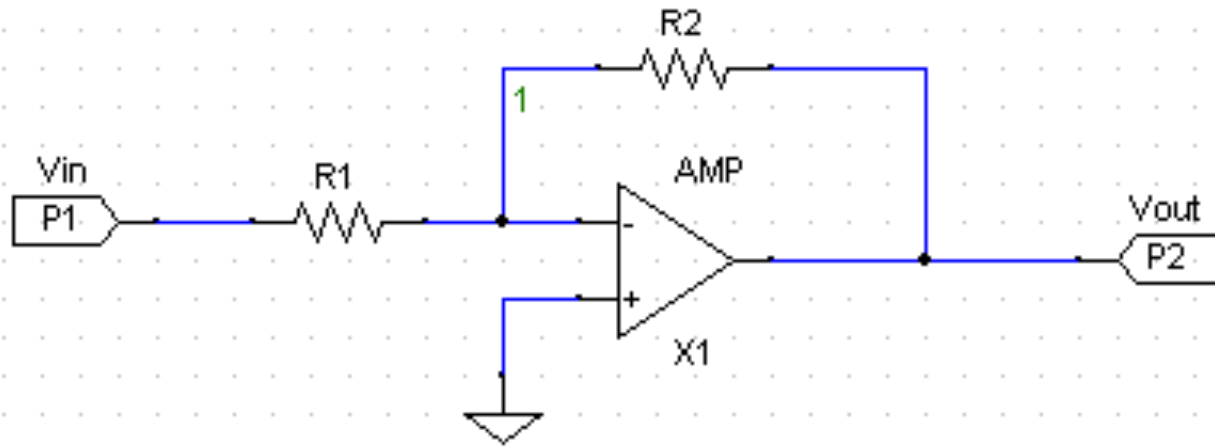


# Negative Feedback of OP amps

- 出力を負入力にフィードバックすることで、有限の出力を得る。



# 反轉增幅回路

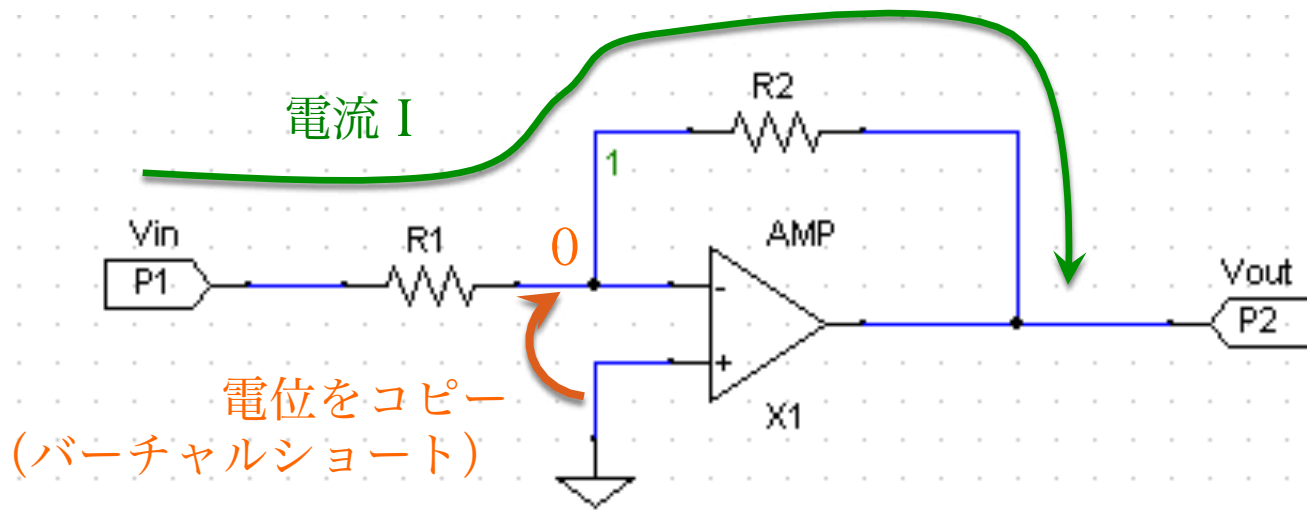


$$V_{out} = -\left(\frac{R_2}{R_1}V_{in} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{os}\right) \times \frac{1}{1 + \frac{1}{A}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$\approx -\frac{R_2}{R_1}V_{in} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{os} \quad (A \rightarrow \infty)$$

$$\approx -\frac{R_2}{R_1}V_{in} \quad (V_{os} \rightarrow 0)$$

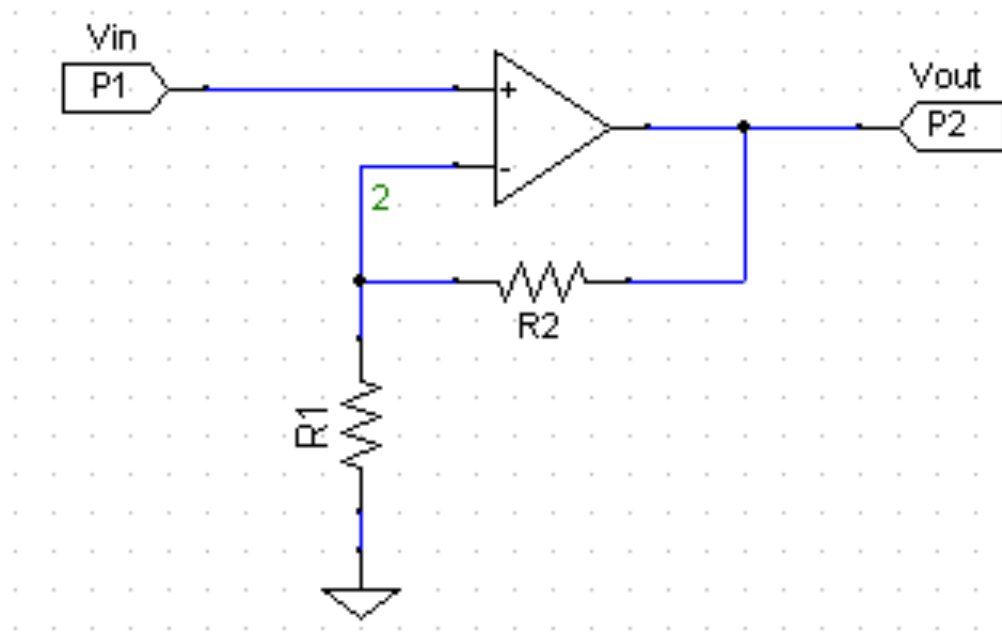
# 反転増幅回路の考え方



$$I = \frac{V_{in} - 0}{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$$

$$V_{out} = 0 - IR_2 = -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$$

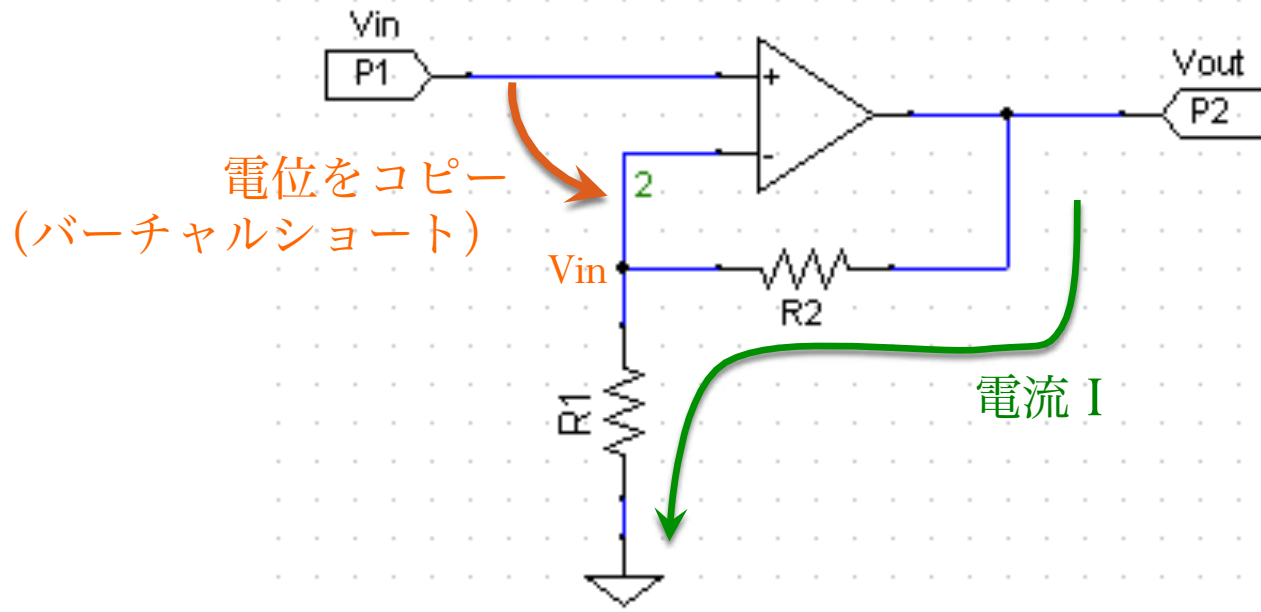
# 非反轉增幅回路



$$V_{out} = \frac{(V_{in} - V_{os}) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in} \quad (V_{os} \approx 0, A \rightarrow \infty)$$



# 非反転増幅回路の考え方



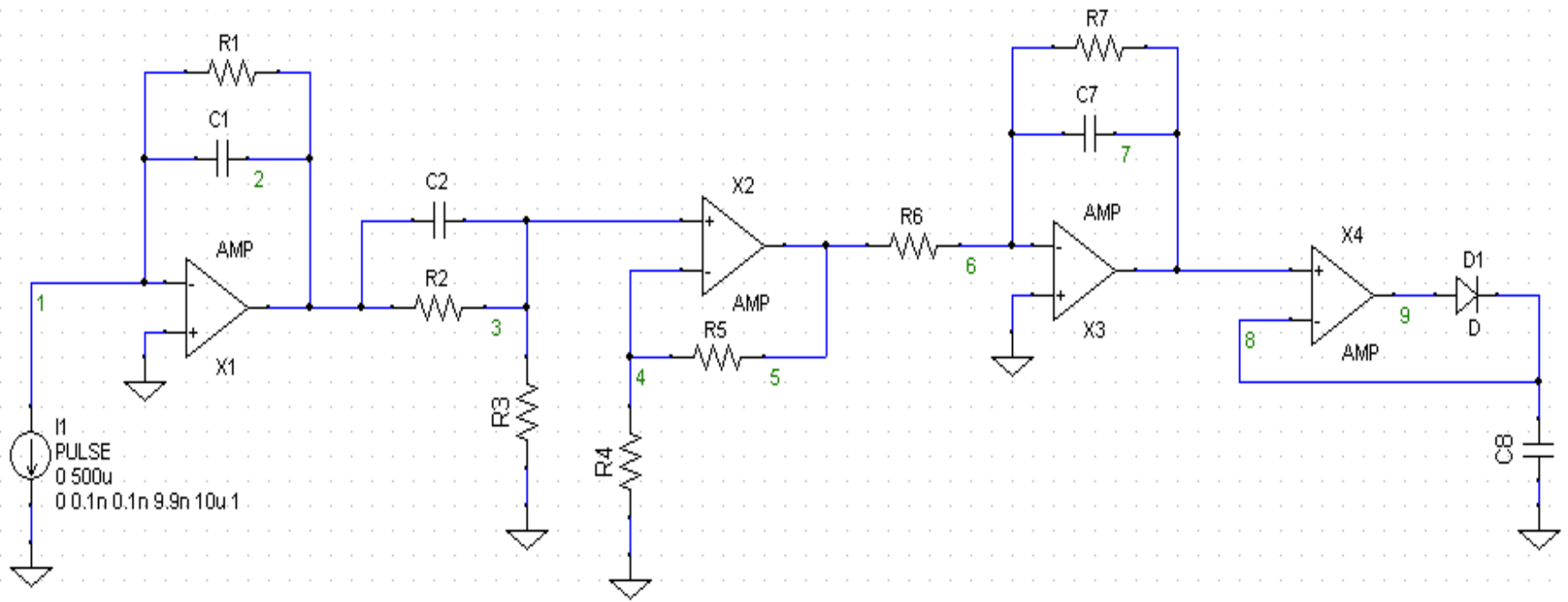
バーチャルショートにより  $V_{in}$  の電位が負入力側にコピーされる。すると、 $V_{out}$  から見ると  $R_1, R_2$  による減衰器のように見えるので、

$$V_{in} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{out} \quad \therefore V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$

# 放射線検出器用回路

---

# 放射線計測用アナログ回路例



# 放射線計測用アナログ回路例

電荷増幅

( $I \rightarrow V$ )

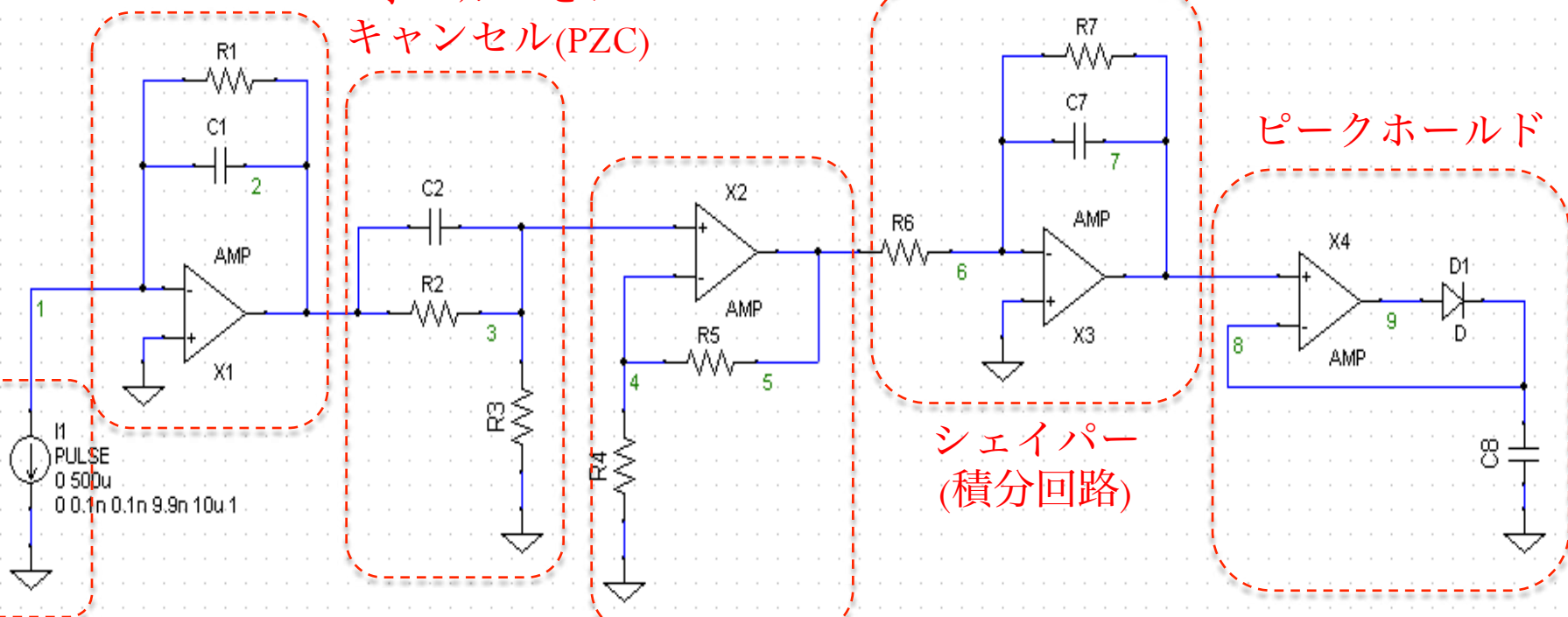
ポール・ゼロ  
キャンセル(PZC)

ピークホールド

シェイパー  
(積分回路)

検出器からの電荷  
( $I = dQ/dt$ )

非反転増幅



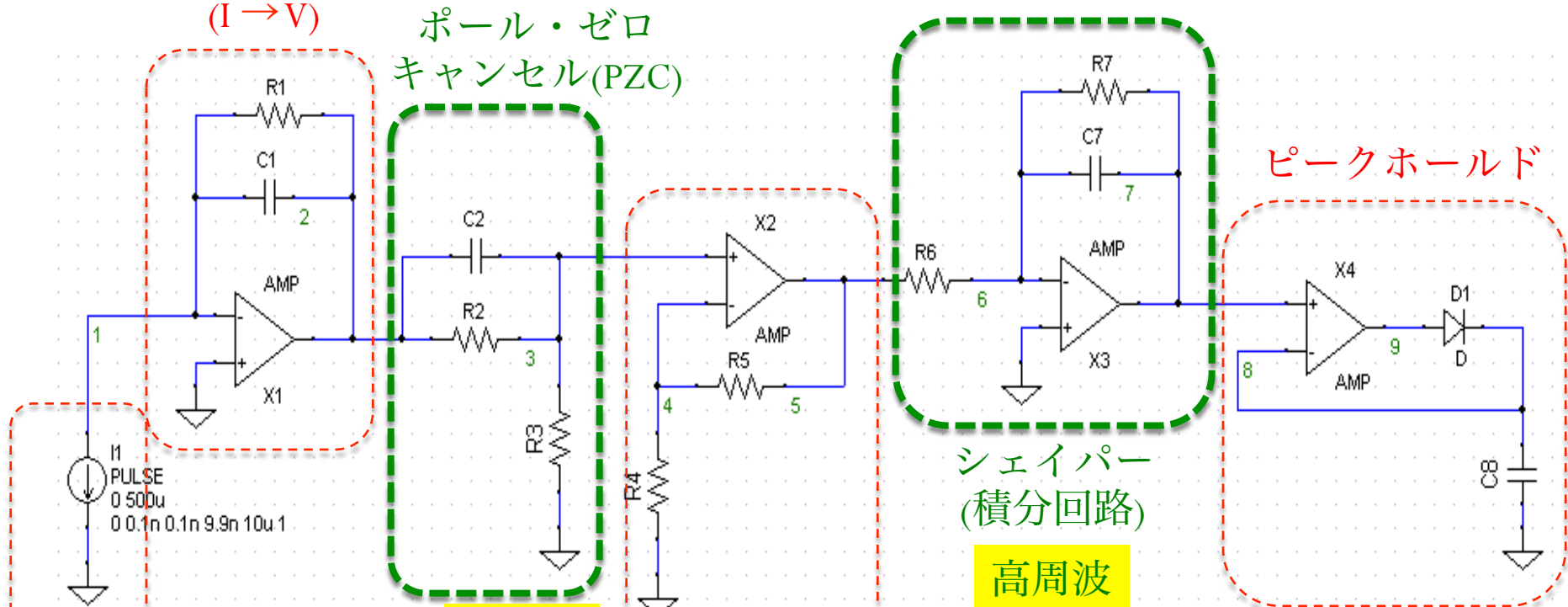
# 放射線計測用アナログ回路例

電荷増幅

(I → V)

ポール・ゼロ  
キャンセル(PZC)

ピークホールド



検出器からの電荷  
( $I = dQ/dt$ )

低周波  
を  
カット

非反転増幅

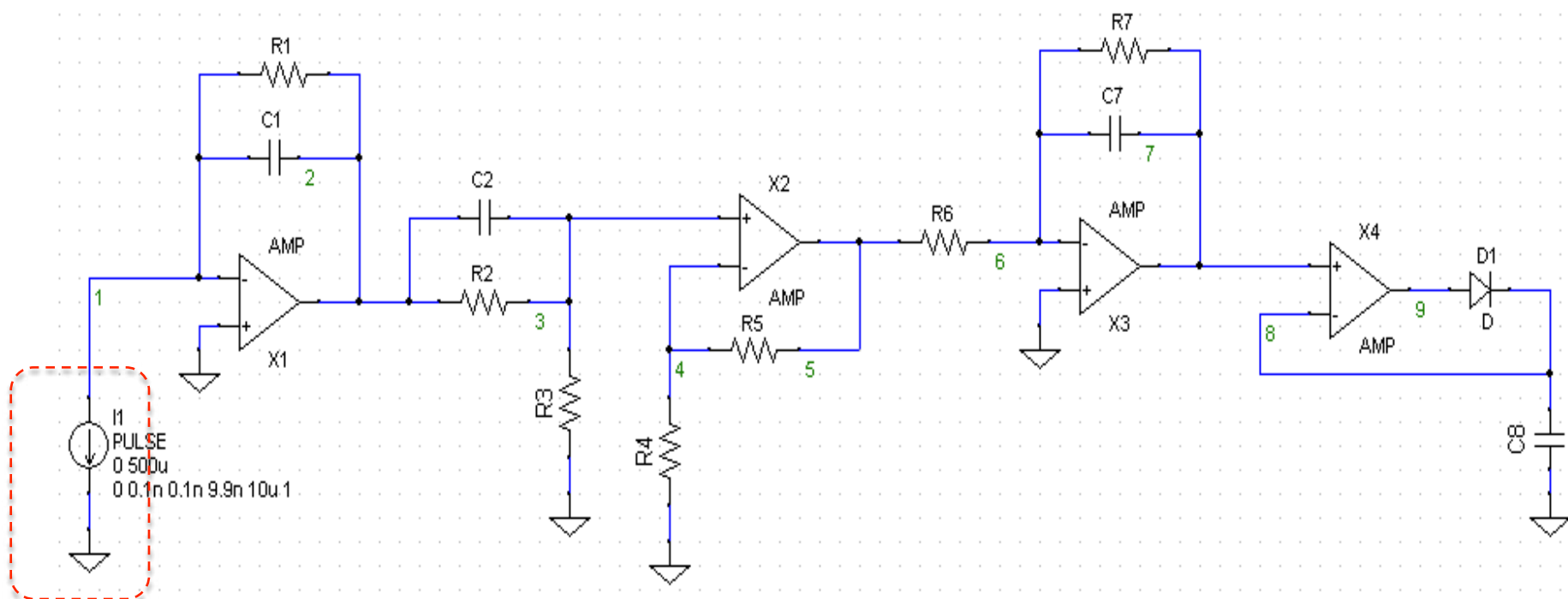
シェイパー  
(積分回路)

高周波  
を  
カット

一定の波形に整形



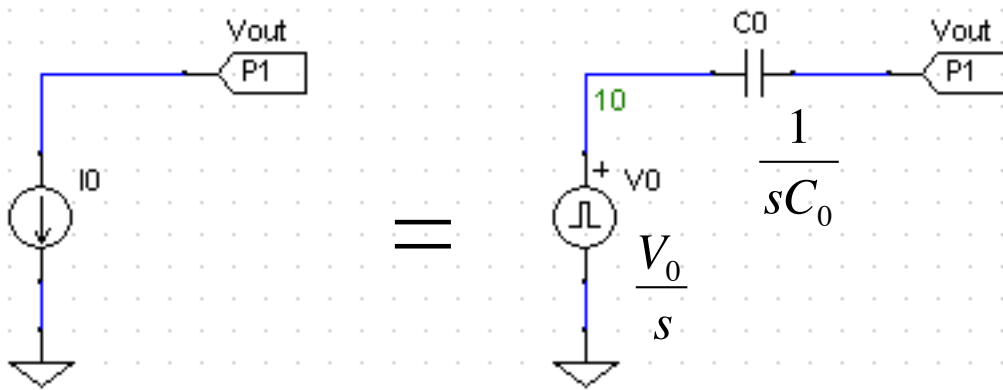
# 信号源



検出器からの電荷  
( $I = dQ/dt$ )

# 信号源

- 検出器からの信号は電荷入力（電流パルス）として与えられる。
- ASICをテストする時は、キャパシタを介して電圧ステップを与えることで、テスト信号を生成することが可能。
- ただし周期的にステップ電圧を与えるためには、正負の両電荷が交互にインジェクションされることに注意。



$$I_0(s) = Q$$

$$i_0(t) = Q\delta(t)$$

$$I_0(s) = \frac{V_0}{s} / \frac{1}{sC_0} = C_0V_0$$

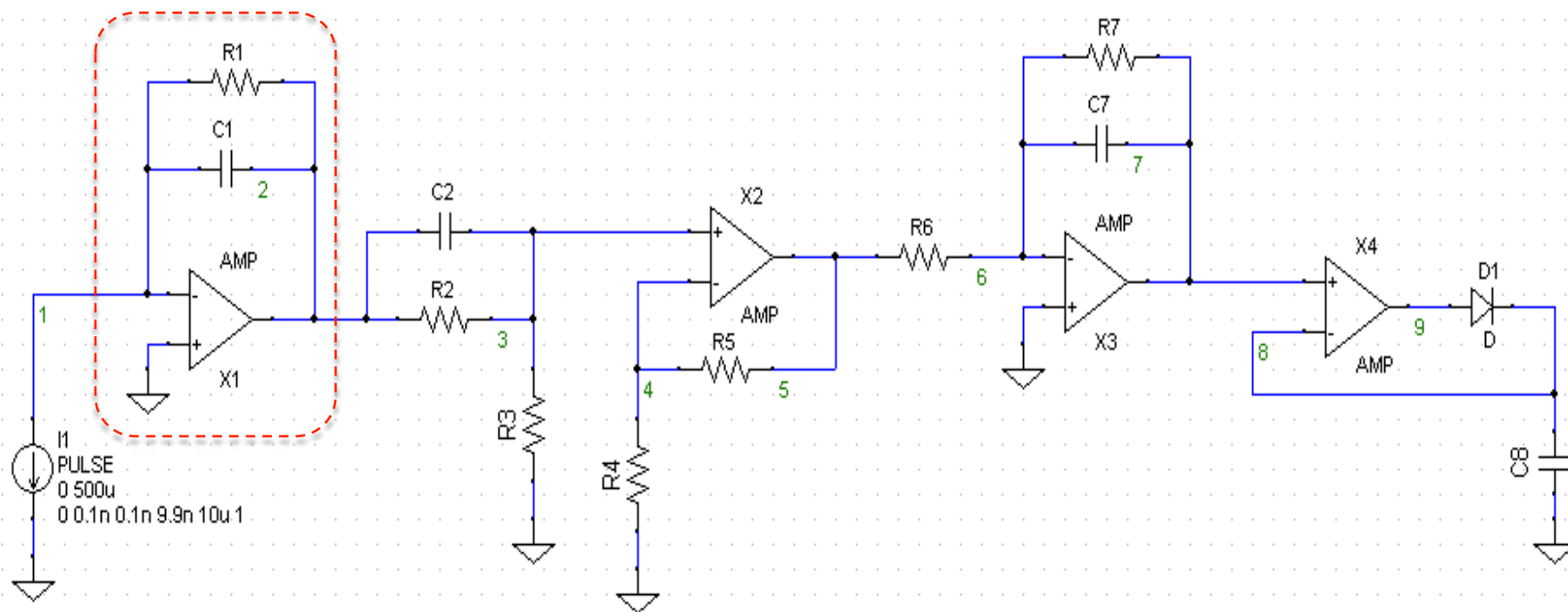
$$i_0(t) = C_0V_0\delta(t)$$

$$\begin{aligned} \delta(t) &\Leftrightarrow 1 \\ u(t) &\Leftrightarrow \frac{1}{s} \\ C &\Leftrightarrow \frac{1}{sC} \end{aligned}$$

# 荷電増幅型プリアンプ

電荷増幅

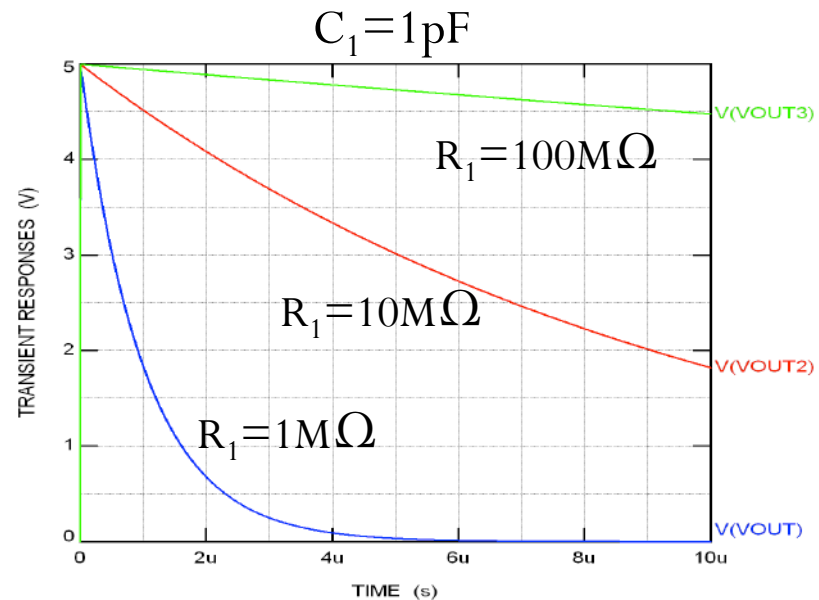
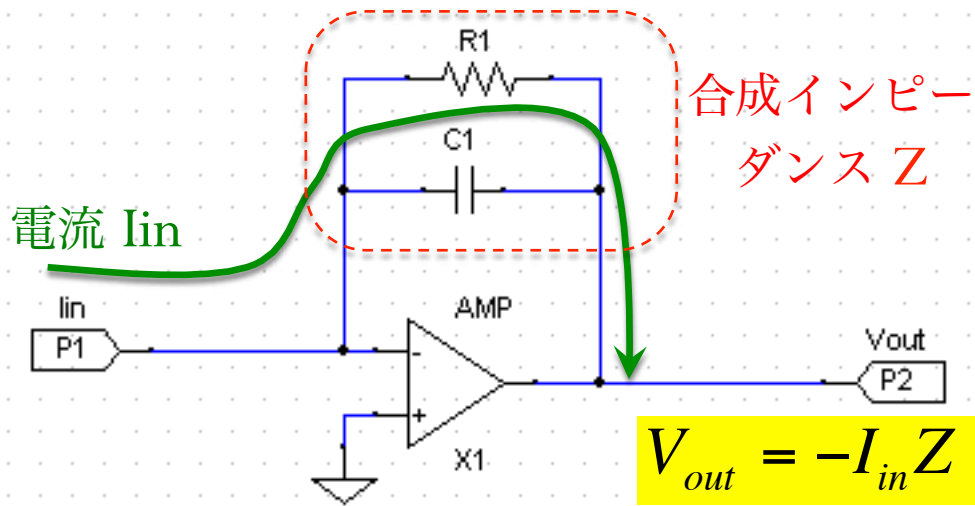
(I → V)





# 荷電増幅型プリアンプ

- 電荷を電圧に変換。C<sub>1</sub>でゲインを決める。時定数C<sub>1</sub>R<sub>1</sub>により、ベースラインへの回復時間が決まる。



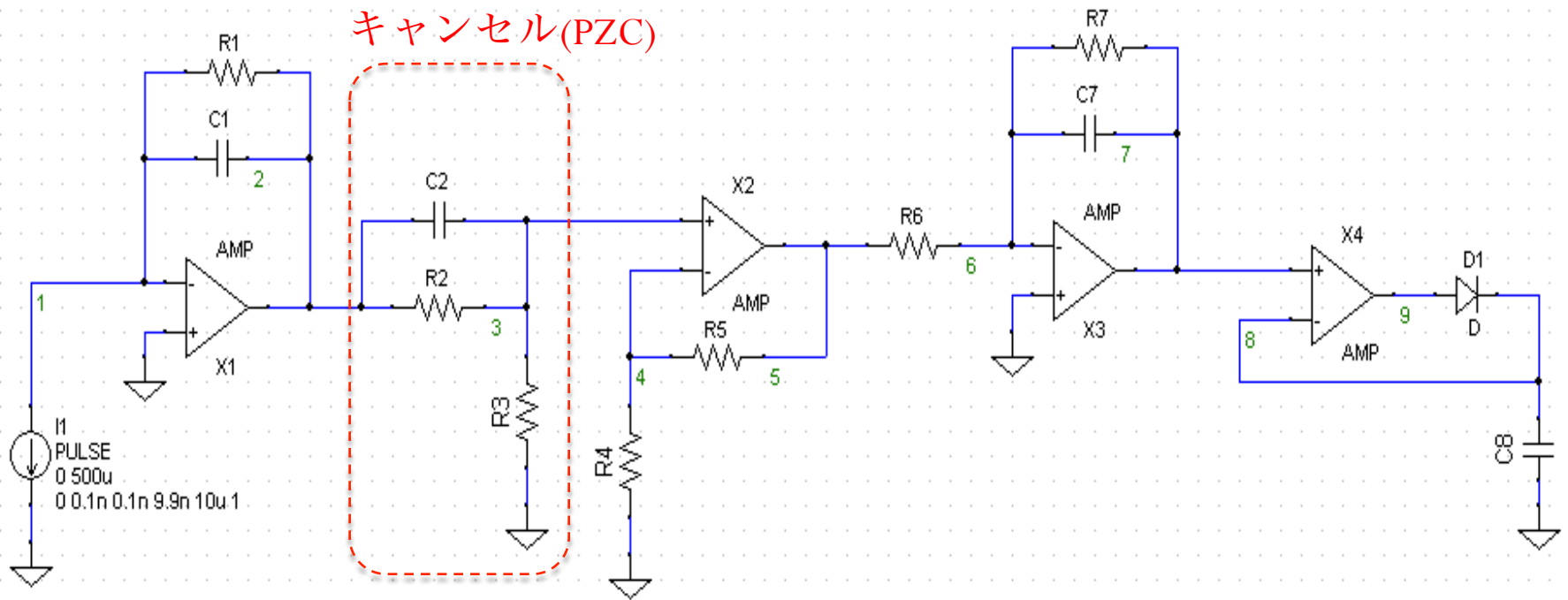
$$T_1(s) \equiv \frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)} = -R_1 \parallel \frac{1}{sC_1} = -\frac{R_1}{1 + sC_1R_1}$$

$$= -\frac{1}{C_1} \frac{1}{s + \frac{1}{C_1R_1}} \Leftrightarrow -\frac{1}{C_1} \exp\left(-\frac{1}{C_1R_1} t\right)$$

$$e^{\alpha t} \Leftrightarrow \frac{1}{s - \alpha}$$

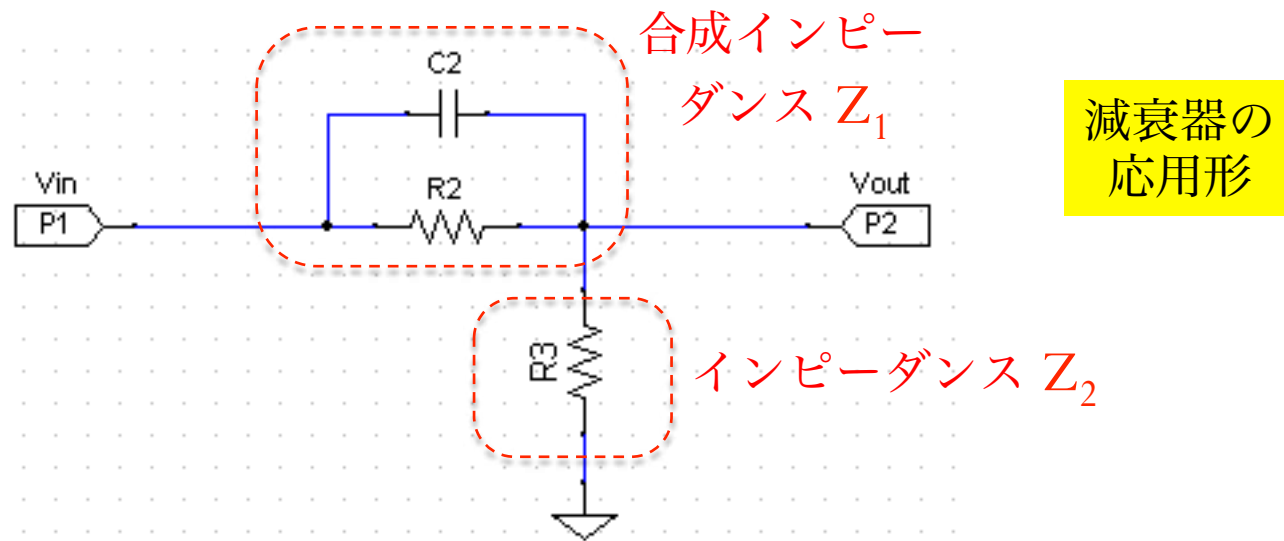
# Pole-Zero Cancellation (PZC)

ポール・ゼロ  
キャンセル(PZC)



# Pole-Zero Cancellation (PZC)

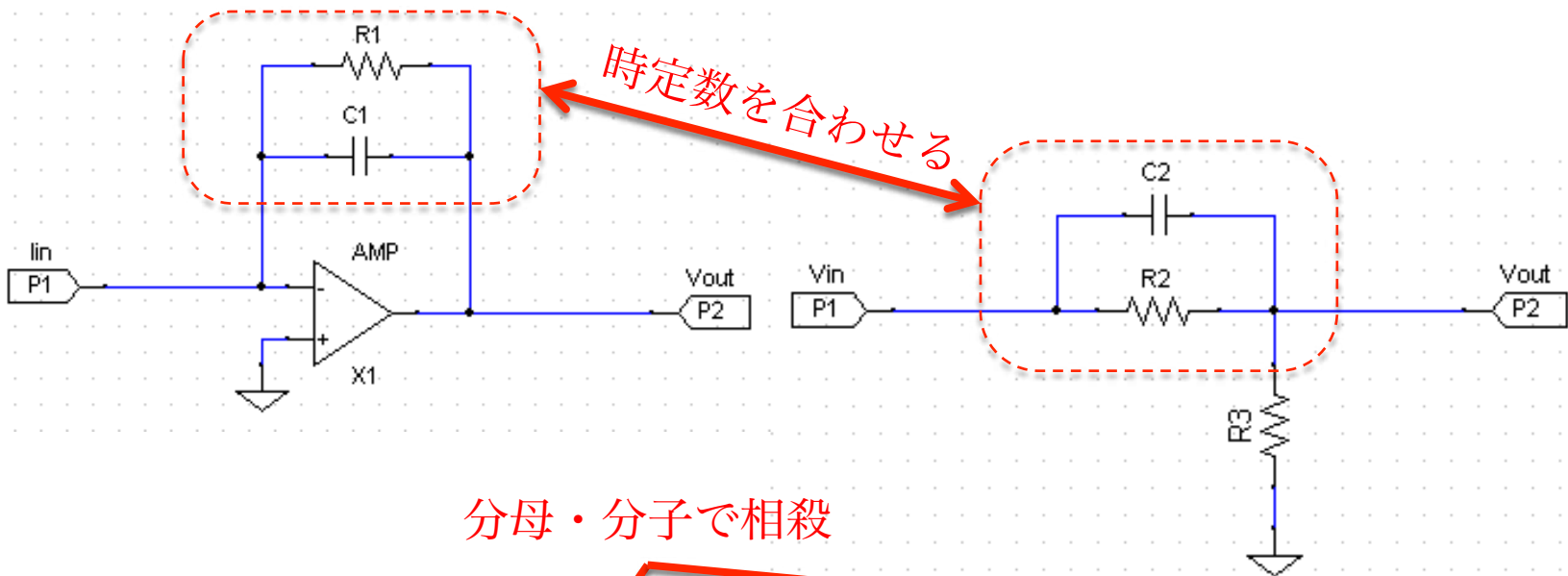
- 時定数を前段T1と同じにする( $C_1R_1=C_2R_2$ )ことにより、T1のポールとT2のゼロとを相殺させることができる。これをPZCという。



$$T_2(s) \equiv \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_3}{\left(R_2 \parallel \frac{1}{sC_2}\right) + R_3} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)}$$

# Pole-Zero Cancellation (PZC)

- 時定数を前段T1と同じにする( $C_1R_1=C_2R_2$ )ことにより、T1のポールとT2のゼロとを相殺させることができる。これをPZCという。



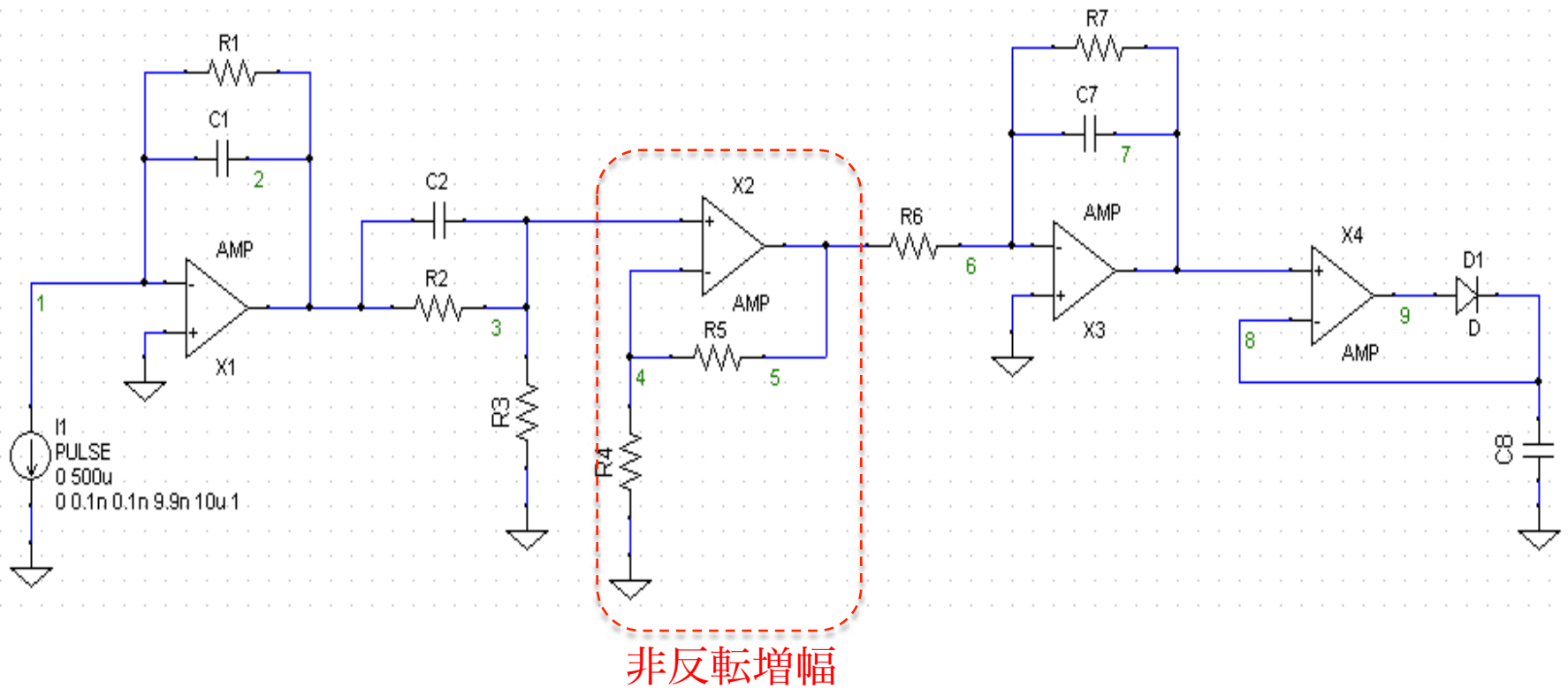
$$T_1(s) = -\frac{R_1}{1 + sC_1R_1}$$

ポール

$$T_2(s) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)}$$

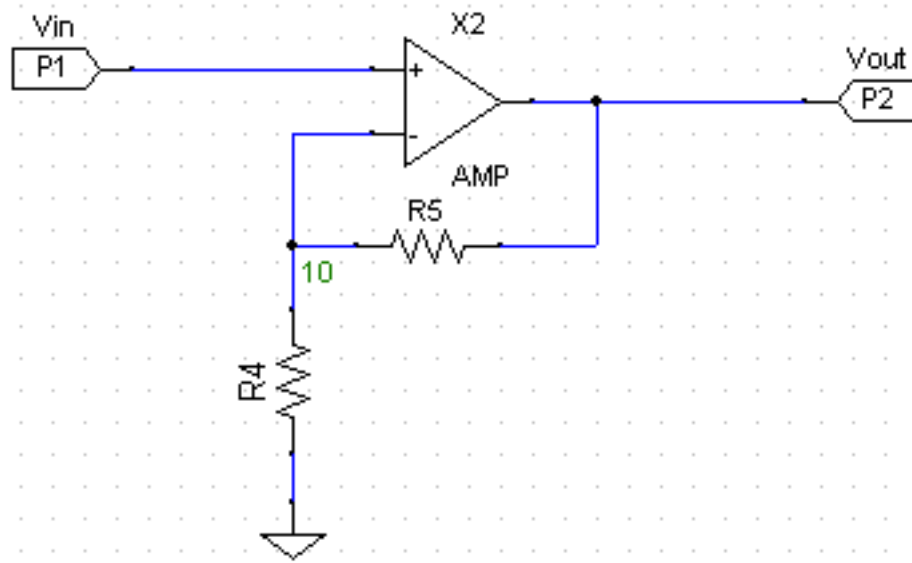
ゼロ

# 非反轉增幅回路



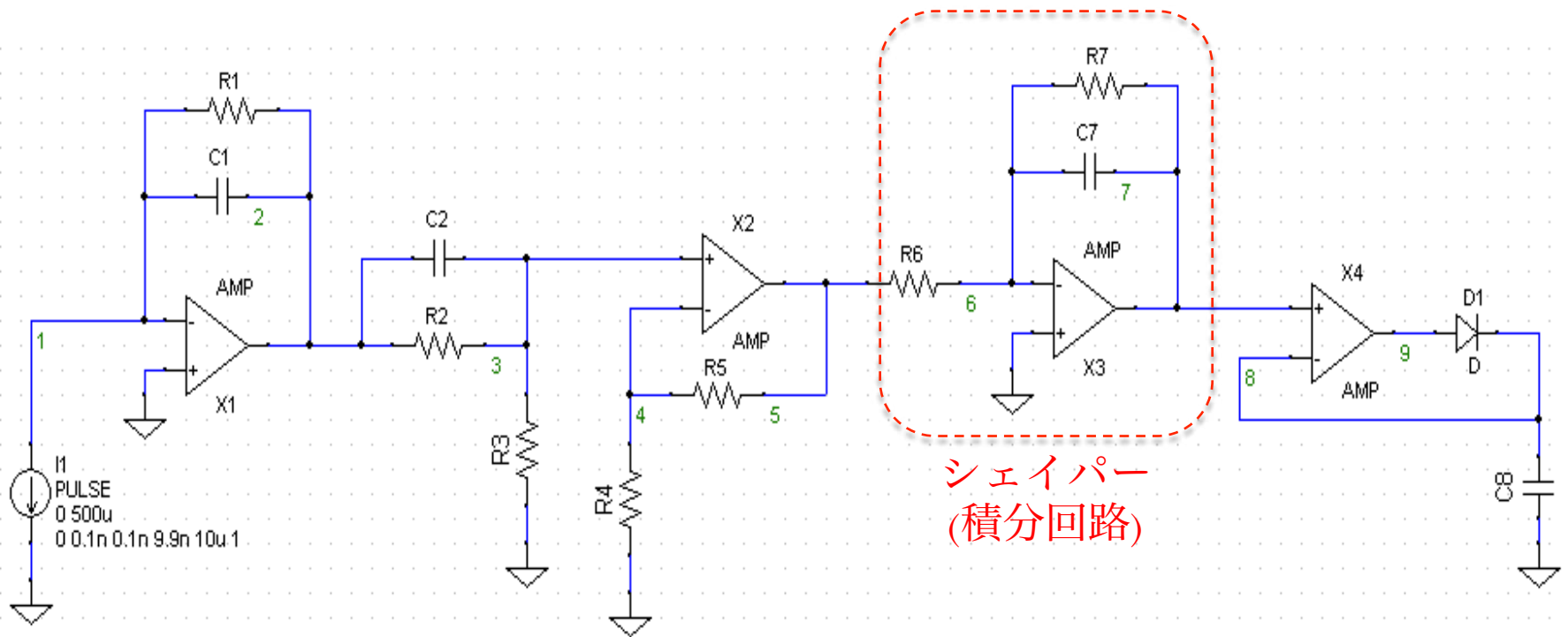
# 非反転増幅回路（既出）

- $R5/R4=R2/R3$  にすることで、T2での直流減衰分を回復できる。



$$T_3(s) \equiv \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = 1 + \frac{R_5}{R_4}$$

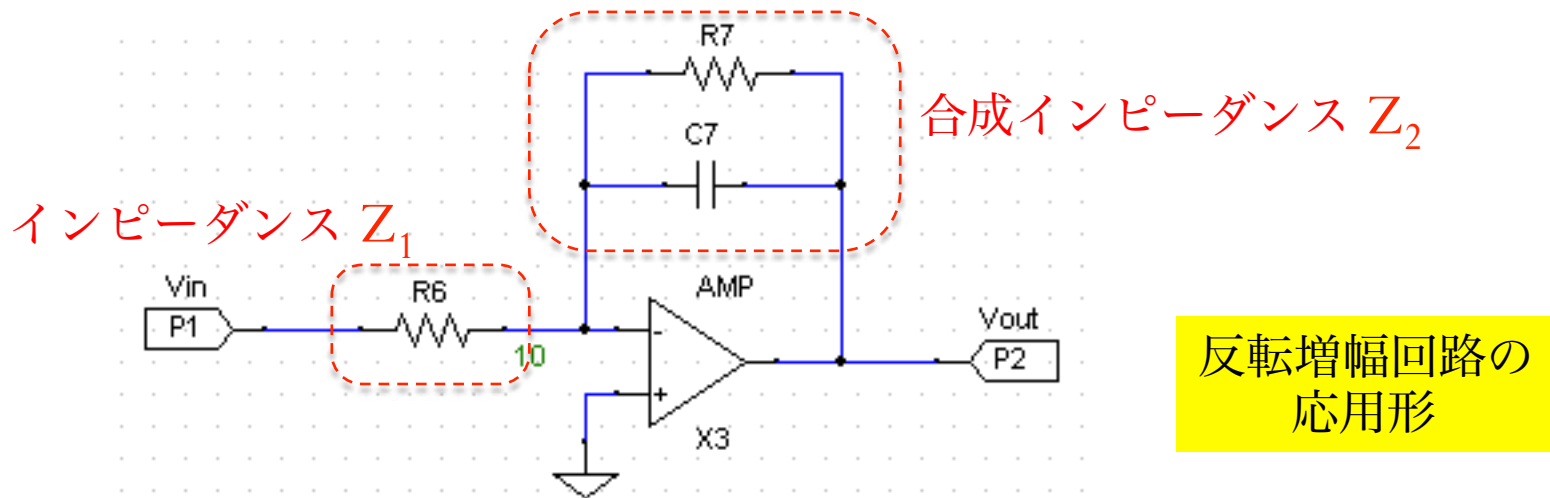
# 整形増幅器(Shaper)



シェイパー  
(積分回路)

# 整形増幅器(Shaper)

- LPF特性(あるいは積分特性)を持つ。時定数 $C_7R_7$ により Shaping Timeを決める。
- T2のポールとT4のポールを一致させることで、ぎりぎり振動しない「臨界減衰」の状態にするには、 $C_7R_7=C_2(R_2||R_3)$ にする。

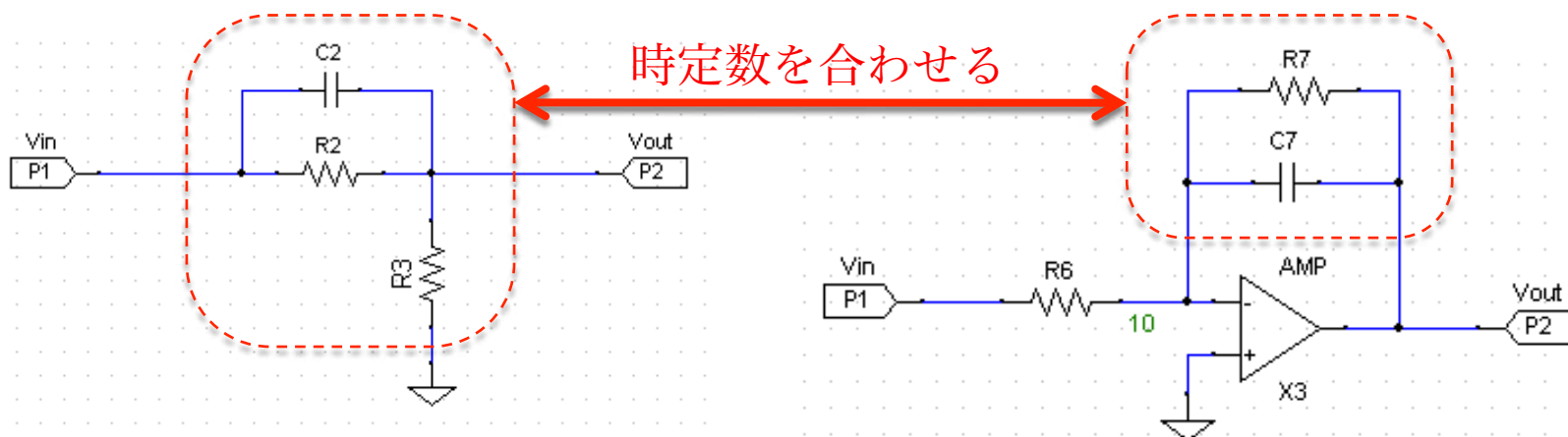


$$T_4(s) \equiv \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_7 \parallel \frac{1}{sC_7}}{R_6} = -\frac{1}{R_6} \frac{1}{\frac{1}{R_7} + sC_7} = -\frac{R_7}{R_6} \frac{1}{1 + sC_7R_7}$$



# 整形増幅器(Shaper)

- LPF特性(あるいは積分特性)を持つ。時定数 $C_7R_7$ により Shaping Timeを決める。
- T2のポールとT4のポールを一致させることで、ぎりぎり振動しない「臨界減衰」の状態にするには、 $C_7R_7=C_2(R_2 \parallel R_3)$ にする。



$$T_2(s) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)}$$

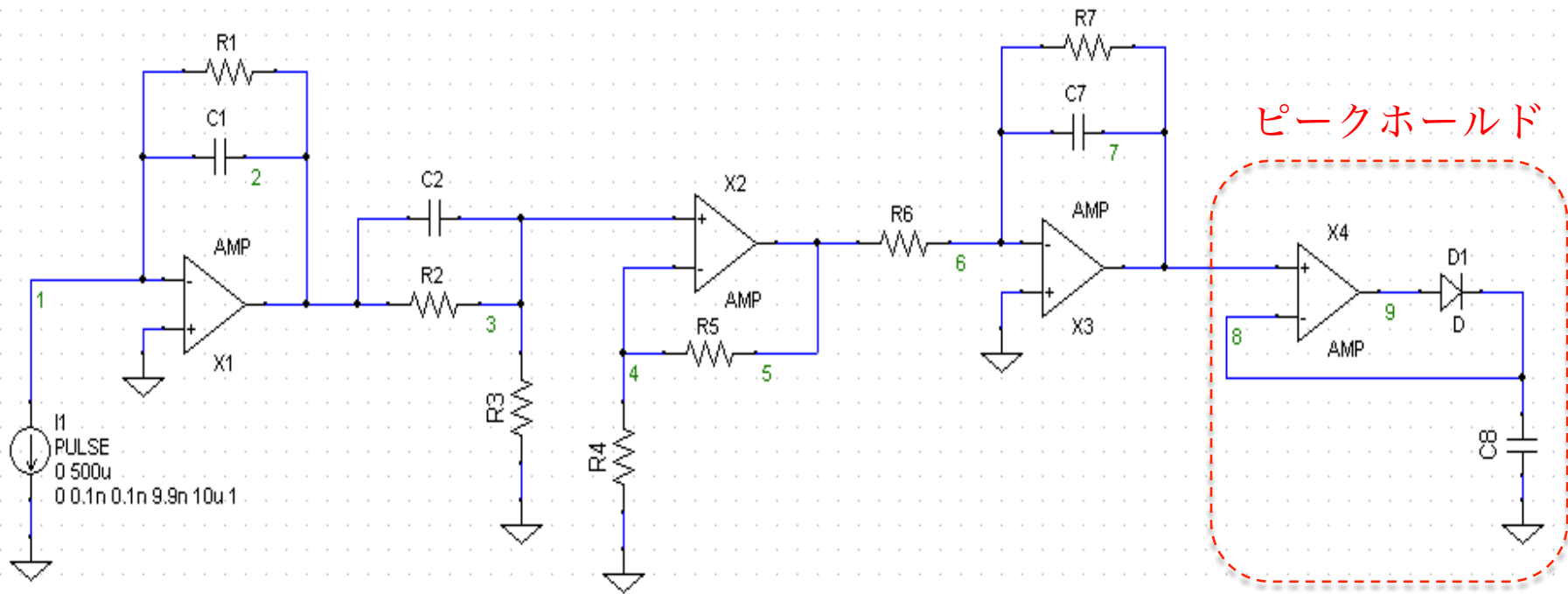
ポール

$$T_4(s) = -\frac{R_7}{R_6} \frac{1}{1 + sC_7R_7}$$

ポール

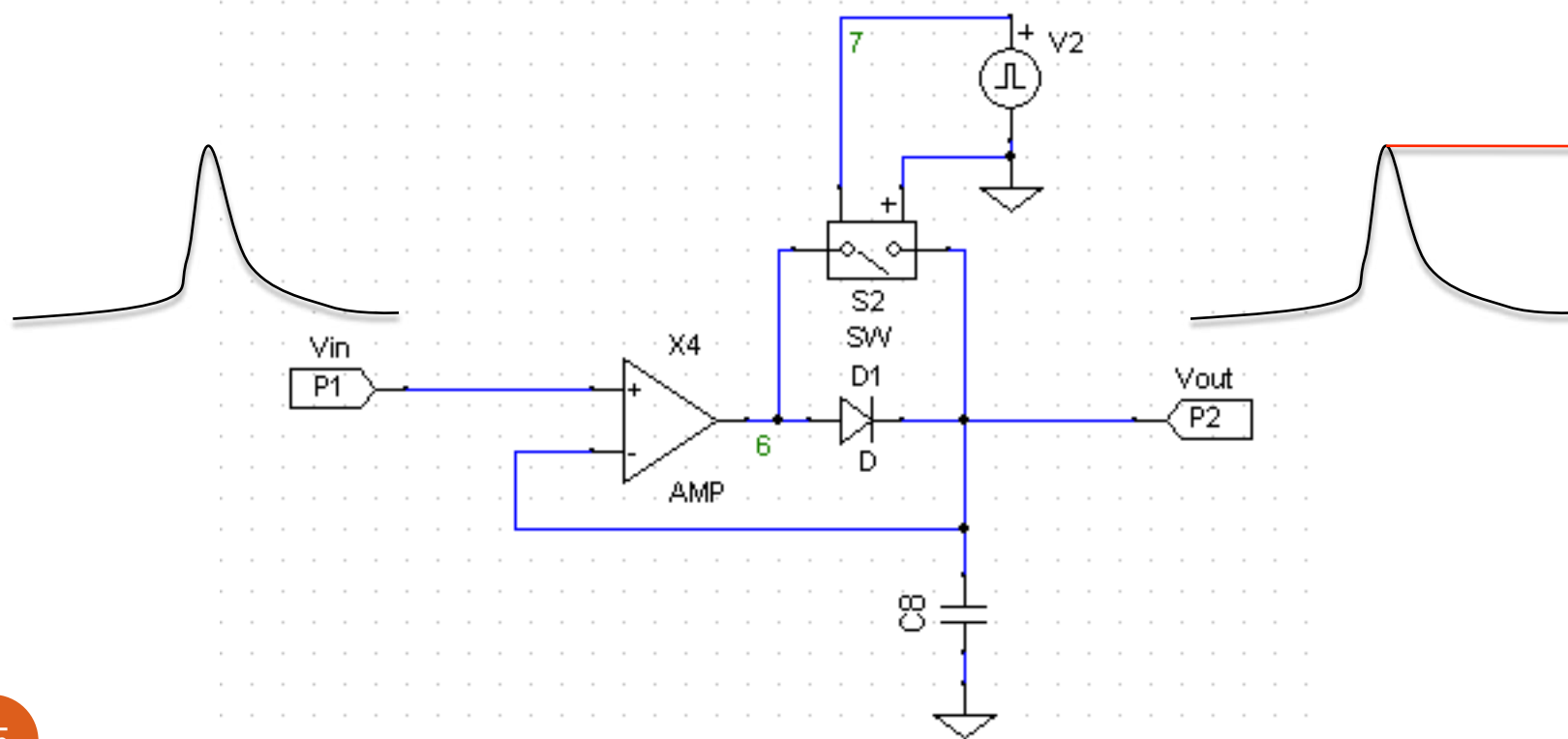
同じにすることで  
振動状態を防ぐ

# Peak-Hold回路



# Peak-Hold回路

- 最大電圧を保持する。
- $V_{out}$ 後に接続されたADCがサンプルし終わったら、リセットして次の入射に備えなければならない。

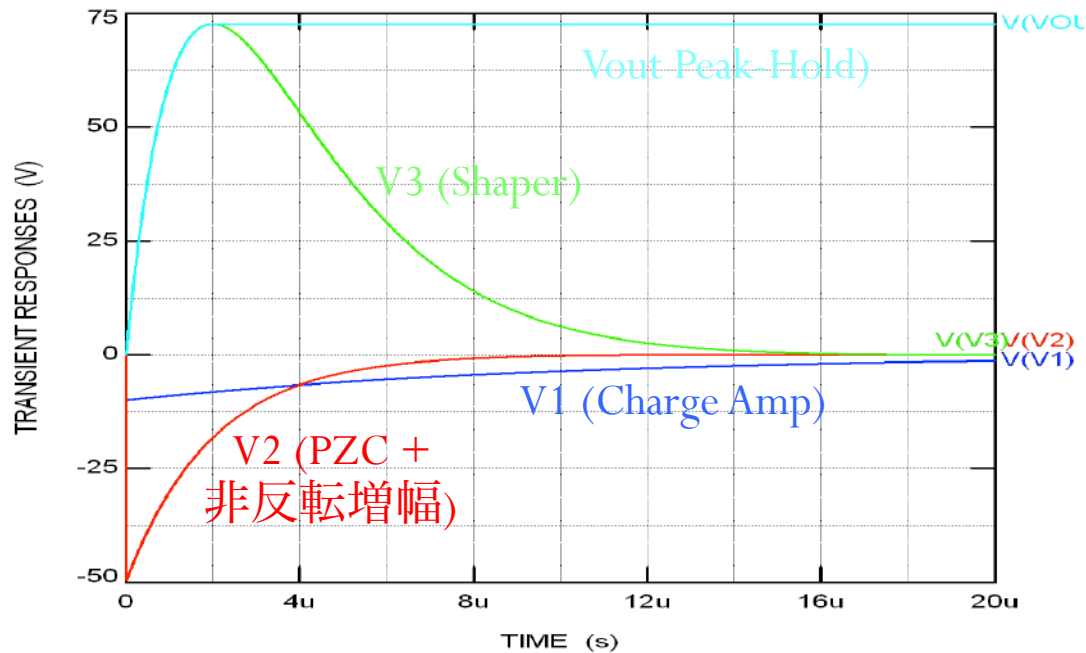
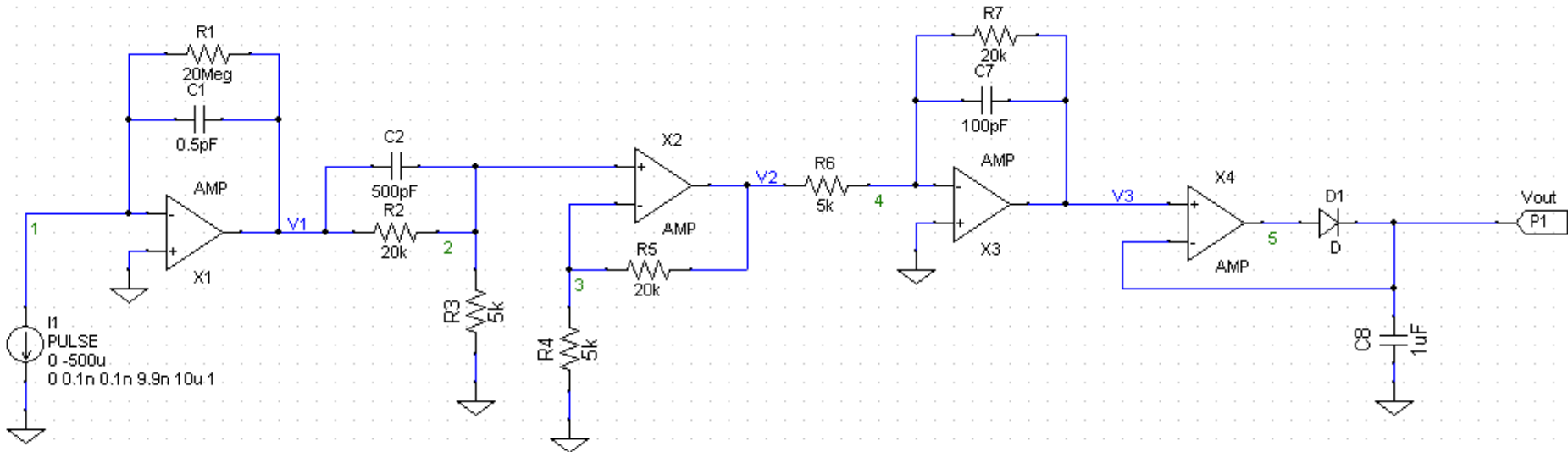


# 合成した応答関数 (Peak-Hold回路は除く)

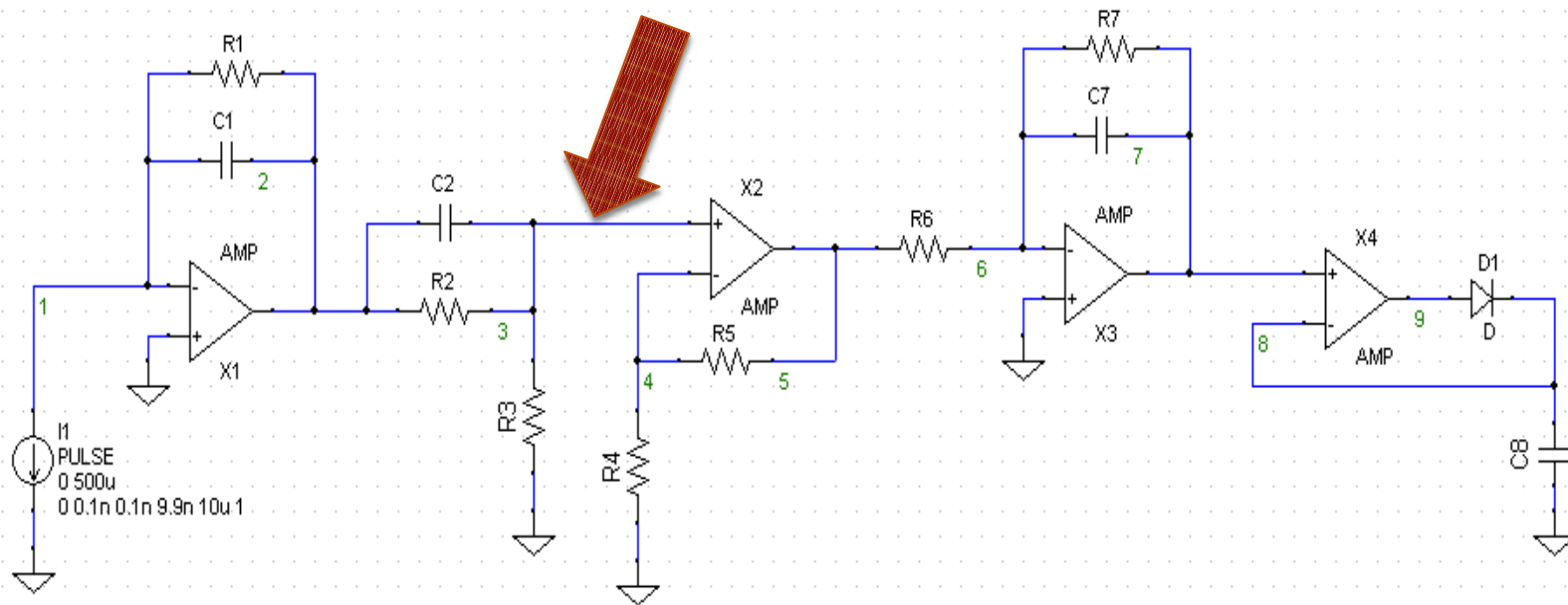
$$\begin{aligned} T(s) &= I_0(s)T_1(s)T_2(s)T_3(s)T_4(s) \\ &= Q \left( \frac{R_1}{1 + sC_1R_1} \right) \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)} \right) \left( 1 + \frac{R_5}{R_4} \right) \left( \frac{R_7}{R_6} \frac{1}{1 + sC_7R_7} \right) \\ &= QR_1 \frac{R_7}{R_6} \frac{1}{(1 + sC_7R_7)^2} \quad \text{where } C_1R_1 = C_2R_2, \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_5}{R_4}, C_2(R_2 \parallel R_3) = C_7R_7 \\ &\Leftrightarrow QR_1 \frac{R_7}{R_6} \left( \frac{1}{C_7R_7} \right)^2 te^{-\frac{t}{C_7R_7}} \end{aligned}$$

$$\text{※ } te^{-at} \Leftrightarrow \frac{1}{(s+a)^2} \text{ を利用。}$$

# SPICEシミュレーション

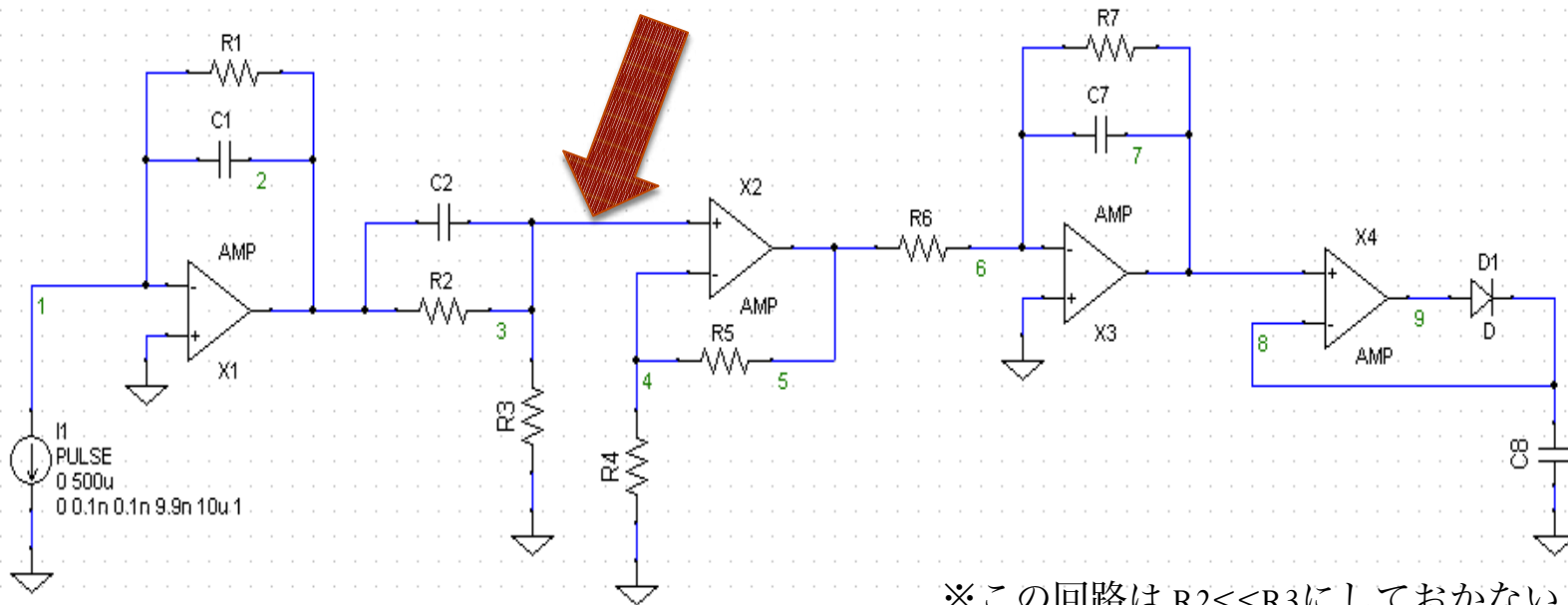


# 計算練習



PZCの出力波形を計算してみよう。  
PZCまでのs-domainの式をラプラス逆変換する。

# 計算練習の解答



※この回路は  $R_2 \ll R_3$  にしておかないと、設計どおりのゲインを得られない事がある。アンプの応答速度が有限であるため。

$$T(s) = I_0(s)T_1(s)T_2(s)$$

$$= Q \left( \frac{R_1}{1 + sC_1R_1} \right) \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_s(R_2 || R_3)} \right)$$

$$= QR_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1}{1 + sC_2(R_2 || R_3)} \quad \text{where } C_1R_1 = C_2R_2$$

$$\Leftrightarrow QR_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1}{C_2(R_2 || R_3)} \exp \left( -\frac{t}{C_2(R_2 || R_3)} \right)$$

# まとめ

- ・ 基礎ツールとして、オペアンプ回路について、および、ラプラス変換を用いた回路解析について、学びました。
- ・ 放射線計測に用いられるフロントエンド回路例を示しました。
- ・ その回路がどのように働くか、ラプラス変換を用いて計算し、出力波形を導出しました。



# 参考文献

---

# 参考書について

放射線検出器用のフロントエンド回路については、池田先生の講義資料が勉強になります。

「Electronics for Particle Measurement」 day-5  
<http://research.kek.jp/people/ikeda/>

*fin*