

放射線計測のための エレクトロニクス入門

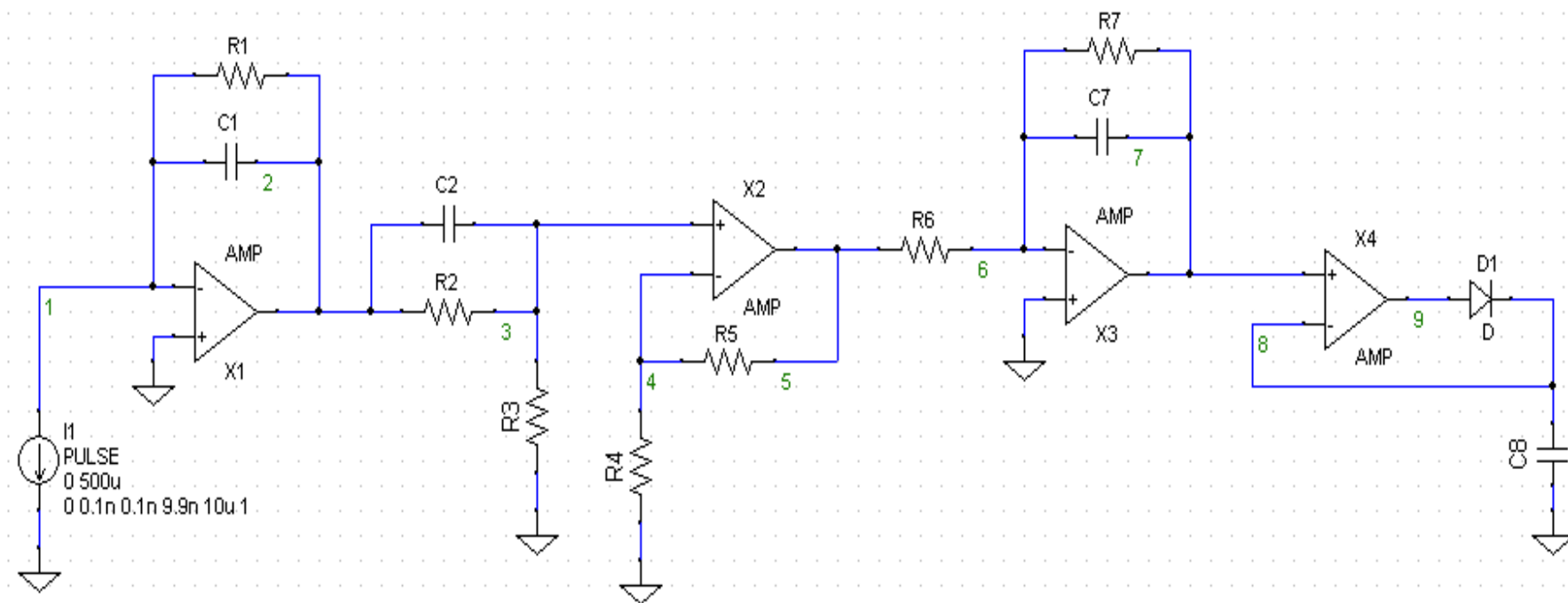
2010年7月27日
長崎総合科学大学
房安貴弘

本講義の到達目標

- オペアンプ等により構成される放射線計測用ASICのフロントエンドの働きを理解する。
- 計測回路のノイズに関する知識を修得する。
- ADC (Analog-to-Digital Converter), TDC (Time-to-Digital Converter), PLL などの高度な機能ブロックの仕組みを理解する。

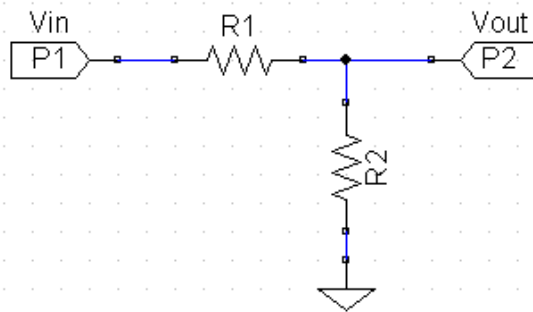
放射線計測用アナログ フロントエンド回路の仕組み

放射線計測用アナログ回路例

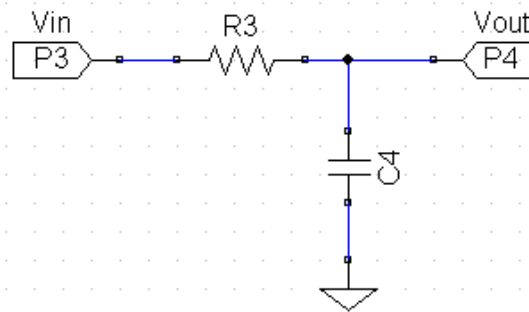


半導体を用いないフィルター (受動フィルター)

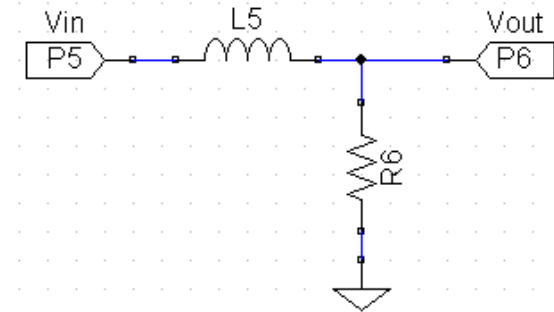
- 受動フィルタ: L (Inductor), C (Capacitor), R (Resister) によるフィルタ
- 入出力特性(=伝達関数)は、基本的にオームの法則とキルヒホッフの法則によって解ける。



$$\begin{aligned} V_1 + V_2 &= V_{in}, I_1 = I_2, \\ V_1 &= I_1 R_1, V_2 = I_2 R_2 \\ \rightarrow V_{out} &= V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in} \end{aligned}$$



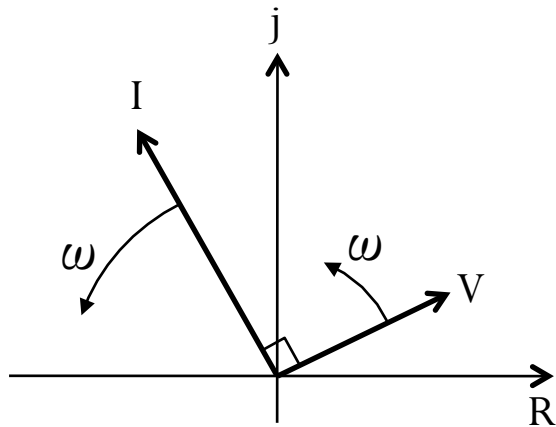
$$\begin{aligned} Q_4 &= C_4 V_4, Q_4 = \int I dt \\ \rightarrow \frac{V_{in} - V_{out}}{R_3} &= C \frac{dV_{out}}{dt} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V_5 &= L_5 \frac{dI}{dt} \\ \rightarrow \frac{1}{L_5} \int (V_{in} - V_{out}) dt &= \frac{V_{out}}{R_6} \end{aligned}$$

より複雑な回路になってくると、
微分／積分方程式を解くのは面倒だ！

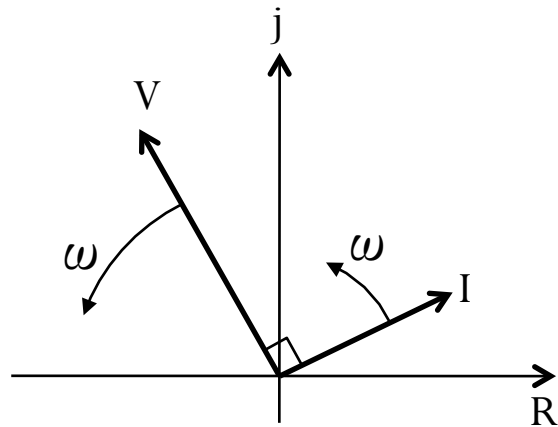
受動素子の複素解析



キャパシタの
インピーダンス

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

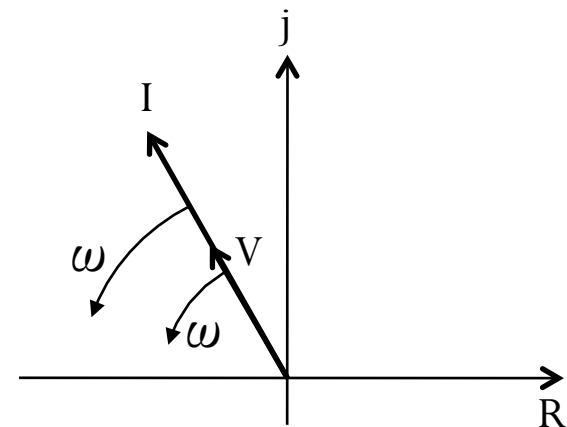
$$V = Z_C I = \frac{1}{j\omega C} I$$



インダクタの
インピーダンス

$$Z_L = j\omega L$$

$$V = Z_L I = j\omega L$$

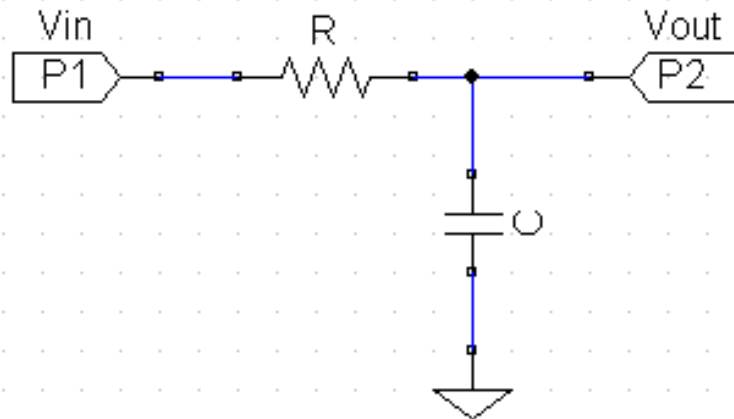
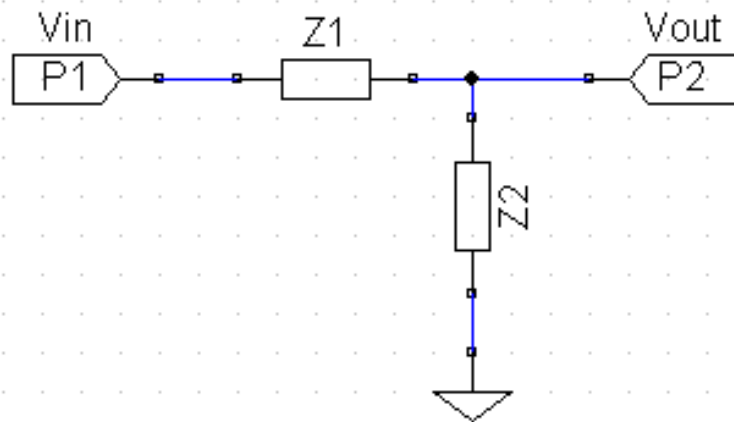


抵抗の
インピーダンス

$$Z_C = R$$

$$V = Z_C I = RI$$

受動フィルタの複素解析



$$T = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$Z_1 = R, Z_2 = C$ とすると,

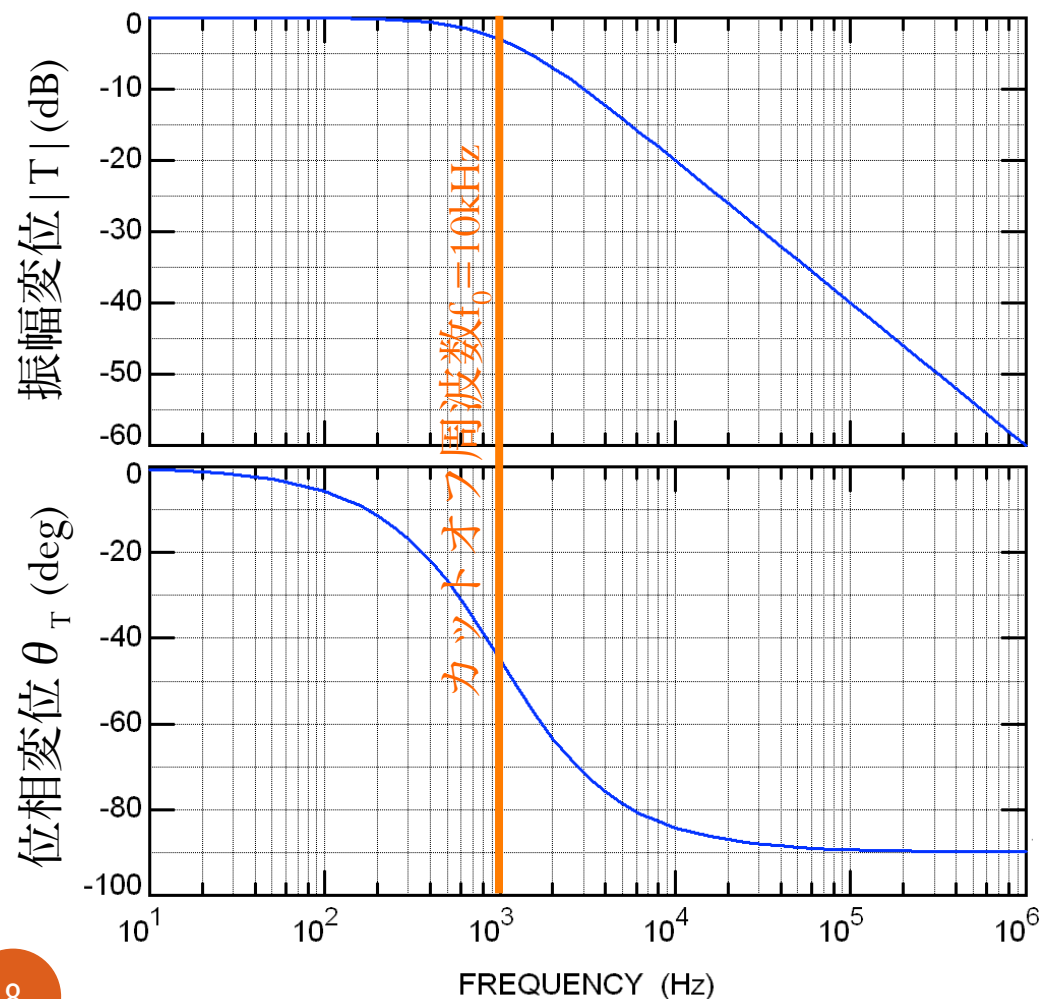
$$T = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$|T| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \text{ where } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\theta_T = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

カットオフ周波数 $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$ のLPF
(Low-Pass Filter)

LPFの伝達特性 (シミュレーション)



- $R=159.2\text{k}\Omega$, $C=1\text{nF}$ の場合。
- カットオフ周波数 $f_0=1\text{kHz}$ において $|T|=-3\text{dB}$, $\theta=-45^\circ$
- 周波数が10倍になる毎に $|T|$ は10分の1 (-20dB)。

ラプラス変換による回路解析

- 複素解析は正弦波（あるいはその重ね合わせ）のような周期的信号を仮定しているが、放射線計測における入力信号は、インパルス的である。
- インパルス信号に大しては、ラプラス変換が威力を発揮する。

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

- ラプラス変換により回路をtime-domainからs-domainに変換
→ s-domain上で連立方程式を解く → 解をラプラス逆変換する
→ time-domain上での解が簡単に得られる。

ラプラス変換表

- ラプラス変換による回路解析では、実際に先のラプラス変換式を計算することはない。手元の「ラプラス変換表」を用いれば事足りるからである。
- 以下、ラプラス変換表から抜粋。
「左→右」がラプラス変換で、「右→左」がラプラス逆変換。

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$1/s$
e^{-at}	$1/(s+a)$
df/dt	$sF(s)$
$\int f(t)dt$	$(1/s)F(s)$

Example:

RC LPFのラプラス変換による解析

- 今、RC LPF回路の V_{in} が1Vでステップ関数的に立ち上がる時、出力波形はどうなるか。
- R, C のs-domainでのインピーダンスは、それぞれ $R, 1/sC$ と表される。また、ラプラス変換表から、ステップ関数のラプラス変換は $(1/s)$ である。

$$V_{out}(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_{in}(s) = \frac{1}{1 + sRC} \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

- ラプラス変換表により、

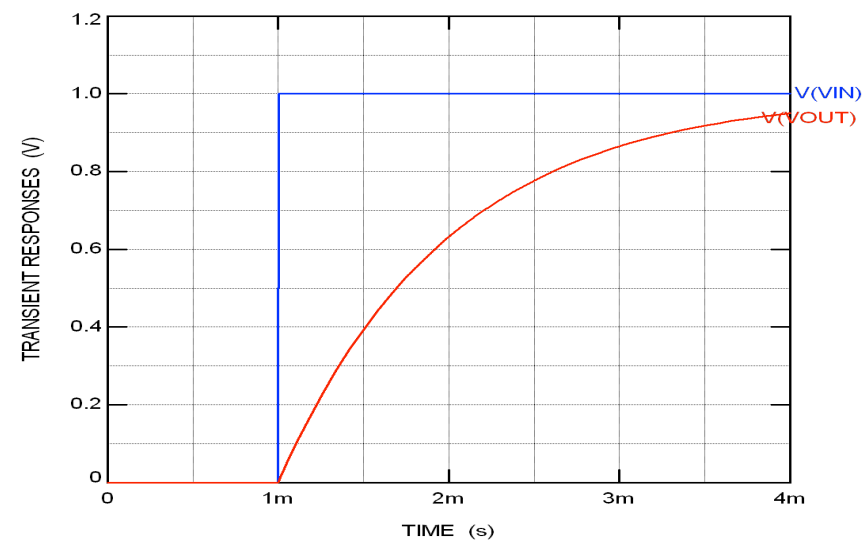
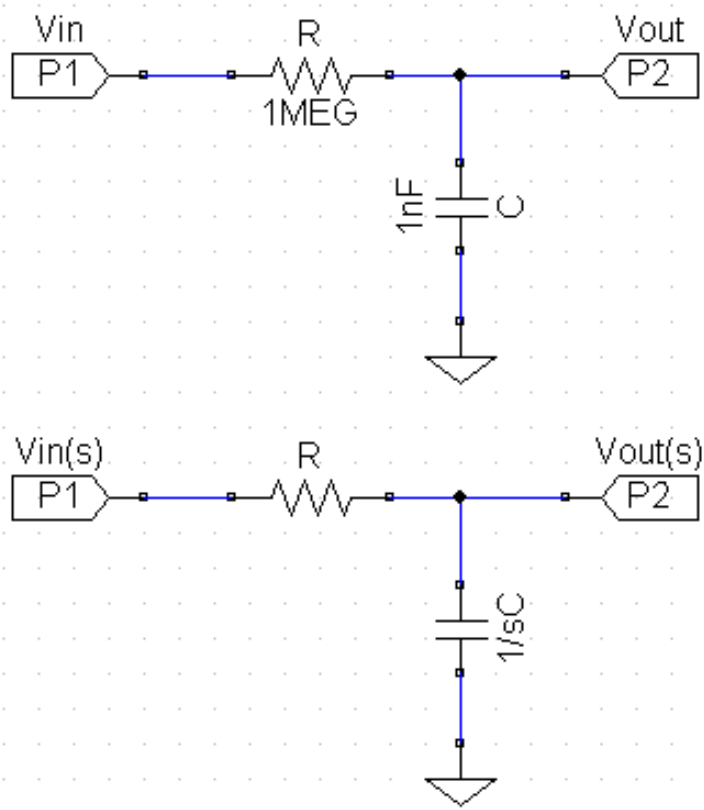
$$F(s) \rightarrow f(t): \quad \frac{1}{s} \rightarrow u(t), \quad \frac{1}{s + a} \rightarrow e^{-at}$$

と逆変換されるので、以下を得る。

$$V_{in}(t) = u(t) - e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t > 0)$$

Example:

RC LPFのラプラス変換による解析

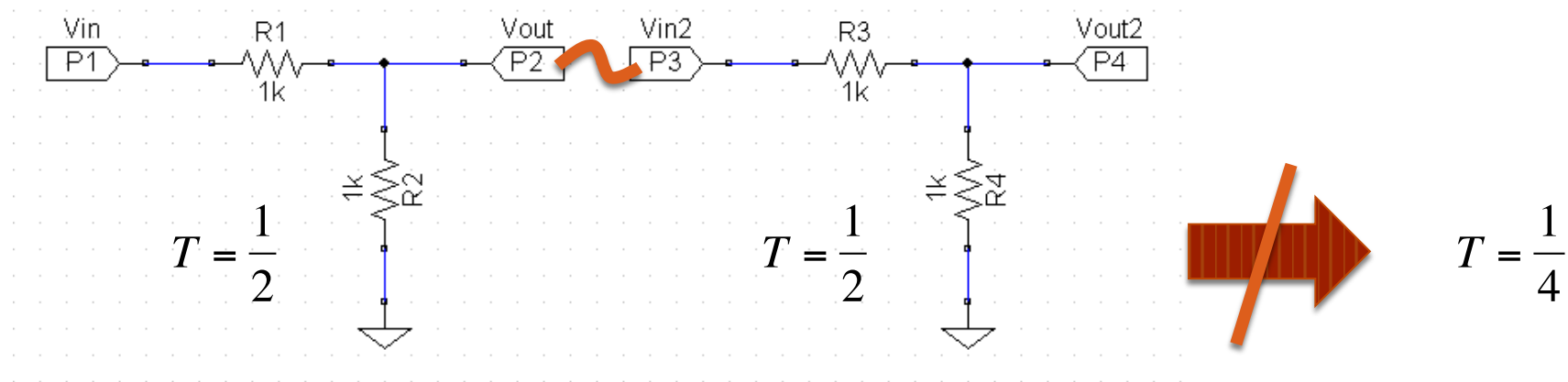


受動素子 R, L, C の性質のまとめ

	R	L	C
インピーダンス (複素数表示)	R	$j\omega L$	$1/j\omega C$
インピーダンス (s-domain)	R	sL	$1/sC$
周波数特性	周波数 依存なし	低周波ほど よく通す	高周波ほど よく通す

受動素子の限界

- 例えば簡単な例で言うと、 $T=1/2$ の受動素子フィルターを2段重ねても、 $T=1/4$ にはならない。

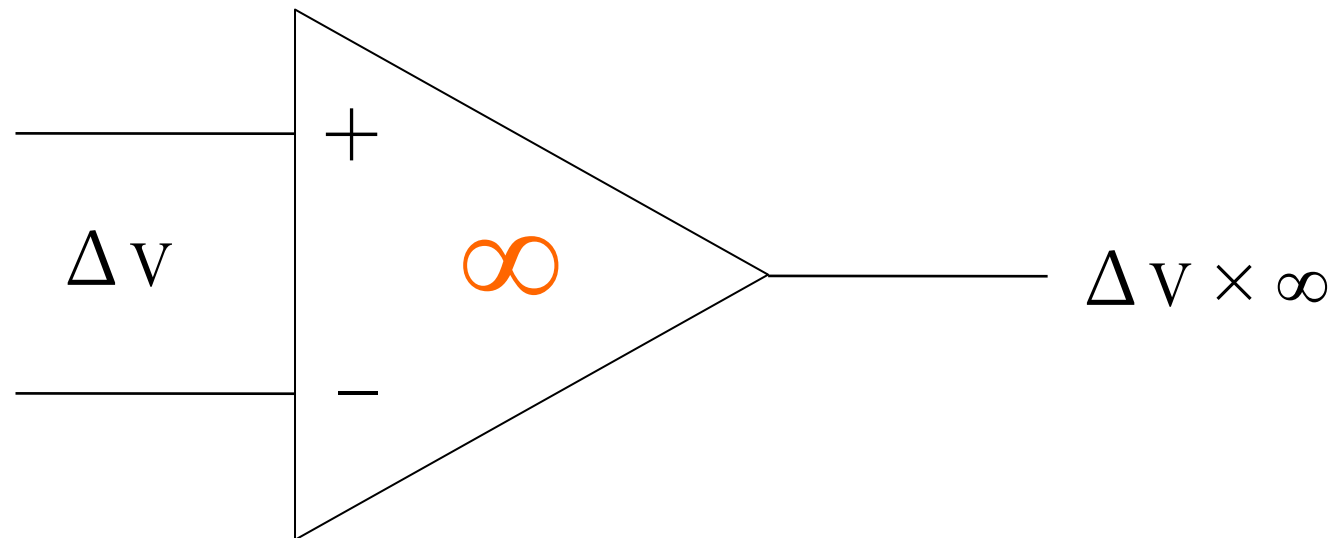


- フィルタを多数段重ねるなど、より複雑な信号処理をするには向かない。オペアンプが必要。

理想的オペアンプ

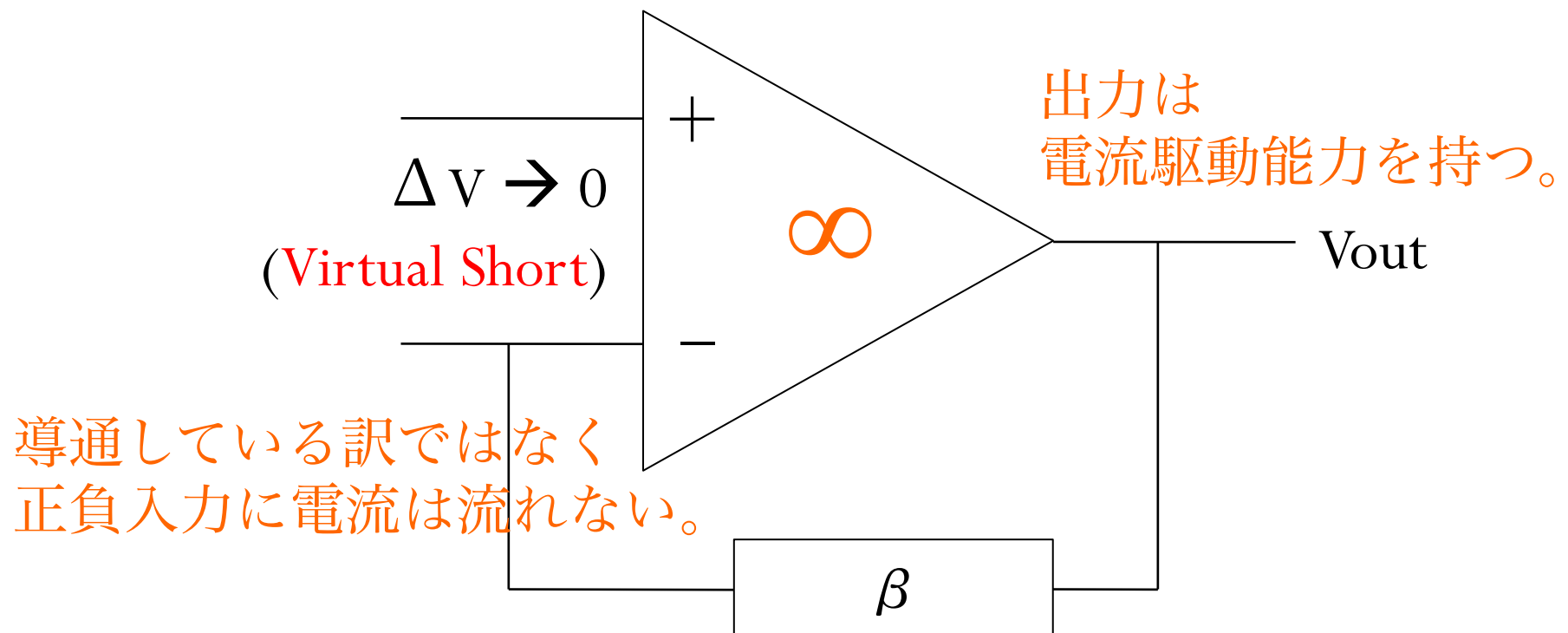
(Opamp: Operational Amplifier)

- 入力の差動電圧を無限大に増幅する。



Negative Feedback of OP amps

- 出力を負入力にフィードバックすることで、有限の出力を得る。



実際のオペアンプ

入力電圧は
電源電圧の
範囲内
(超えると
壊れる)

電源にはパスコン

電源が必要

有限の増幅率A
(数千～数万倍)

オフセット電圧

V_{os}

バイアス電流 I_{bn} →

バイアス電流 I_{bp} →

GND

GND

VDD

VSS

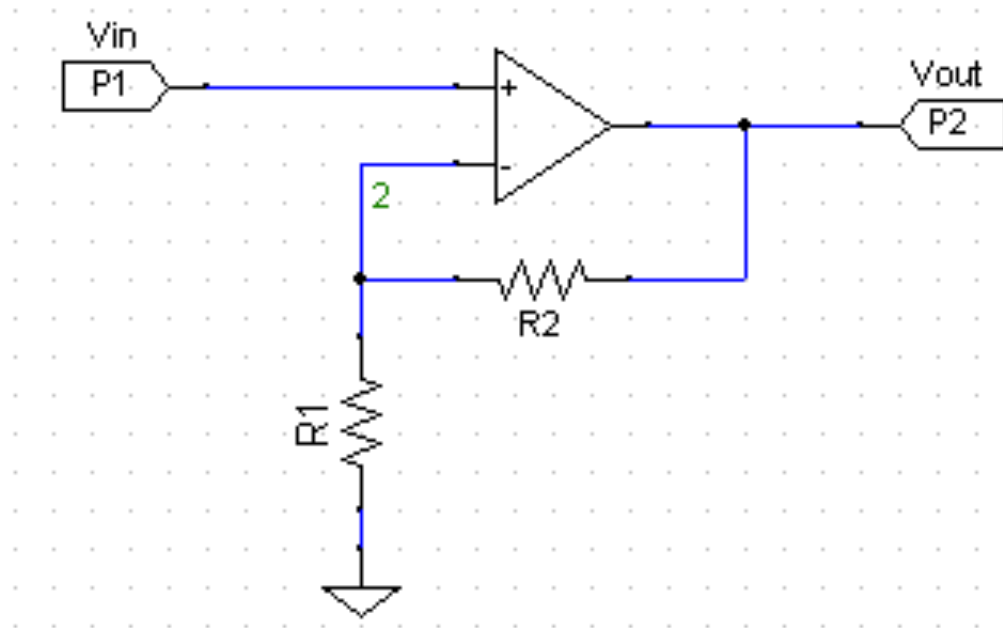
A

Vout

出力電圧は
電源電圧の範囲内
(超えようとする
と Virtual Short が
効かなくなる)

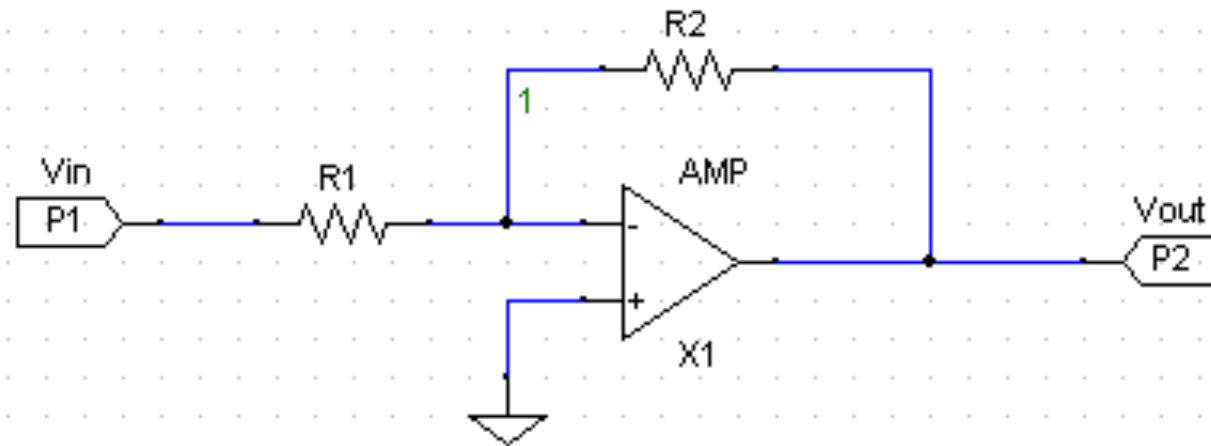
β

非反轉增幅回路



$$V_{out} = \frac{(V_{in} - V_{os}) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in} \quad (V_{os} \approx 0, A \rightarrow \infty)$$

反轉增幅回路

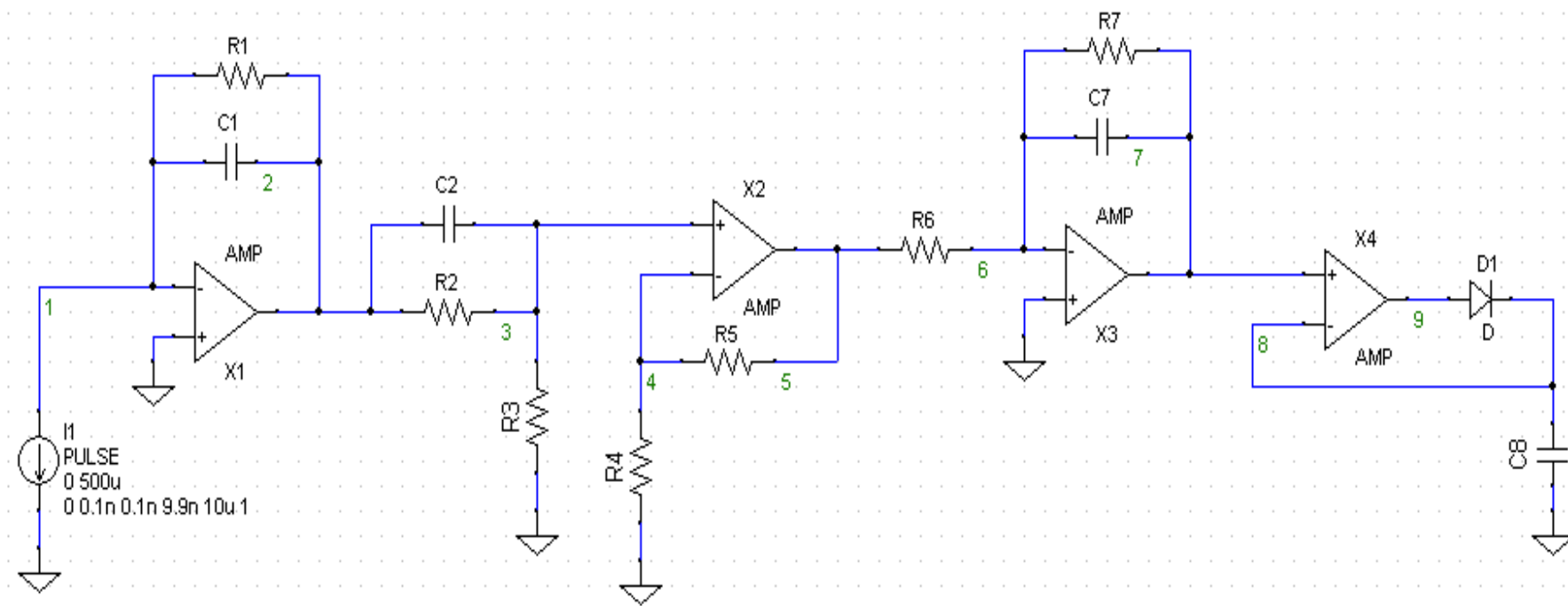


$$V_{out} = -\left(\frac{R_2}{R_1}V_{in} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{os}\right) \times \frac{1}{1 + \frac{1}{A}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$\approx -\frac{R_2}{R_1}V_{in} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{os} \quad (A \rightarrow \infty)$$

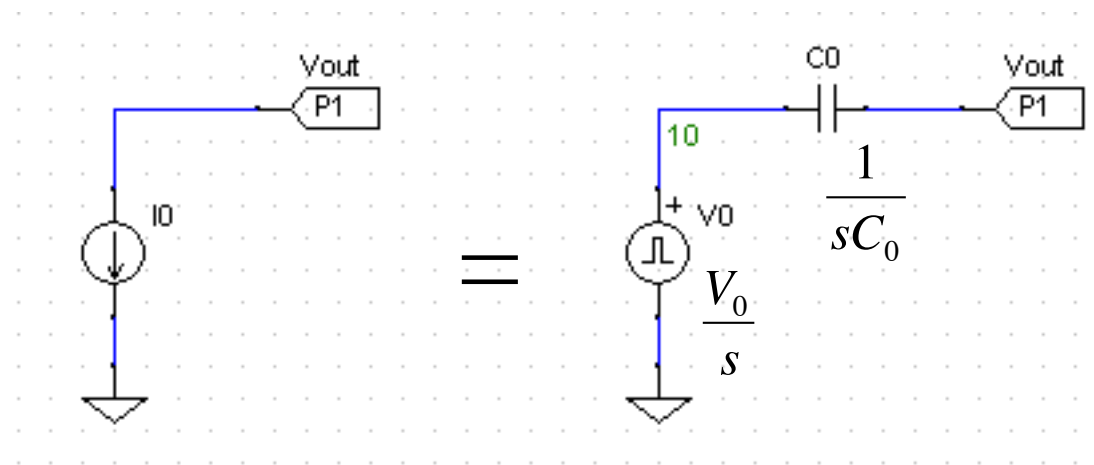
$$\approx -\frac{R_2}{R_1}V_{in} \quad (V_{os} \rightarrow 0)$$

放射線計測用アナログ回路例



信号源

- 検出器からの信号は電荷入力（電流パルス）として与えられる。
- ASICをテストする時は、キャパシタを介して電圧ステップを与えることで、テスト信号を生成することが可能。ただし周期的にステップ電圧を与えるためには、正負の両電荷が交互にインジェクションされることに注意。



$$I_0(s) = Q$$

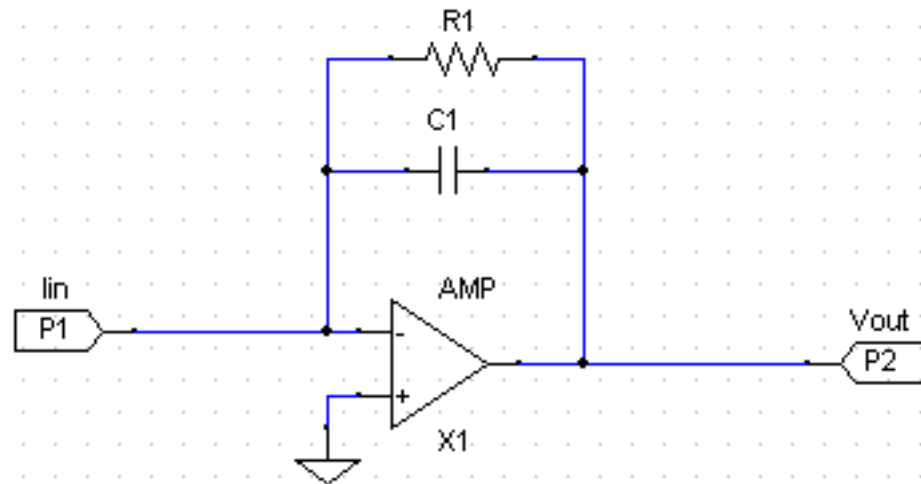
$$i_0(t) = Q\delta(t)$$

$$I_0(s) = \frac{V_0}{s} \bigg/ \frac{1}{sC_0} = C_0V_0$$

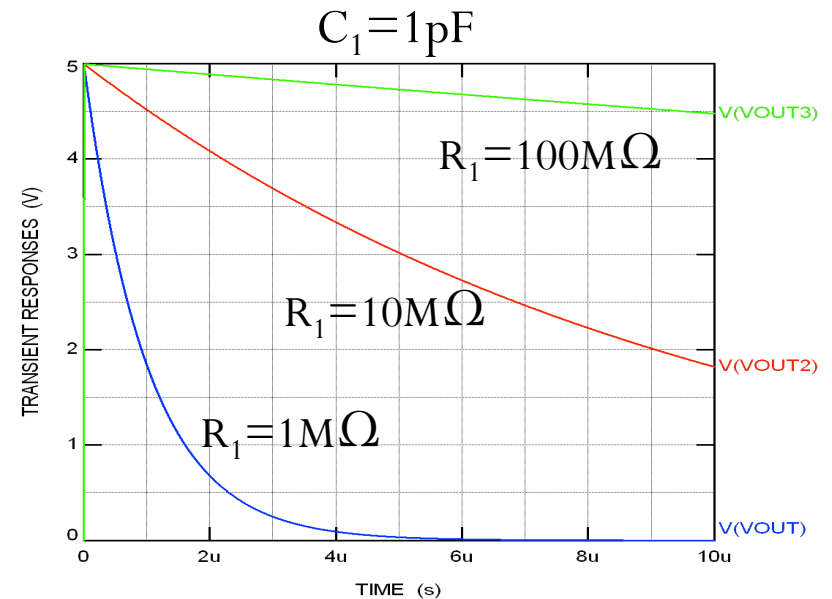
$$i_0(t) = C_0V_0\delta(t)$$

荷電増幅型プリアンプ

- 電荷を電圧に変換。 C_1 でゲインを決める。時定数 C_1R_1 により、ベースラインへの回復時間が決まる。

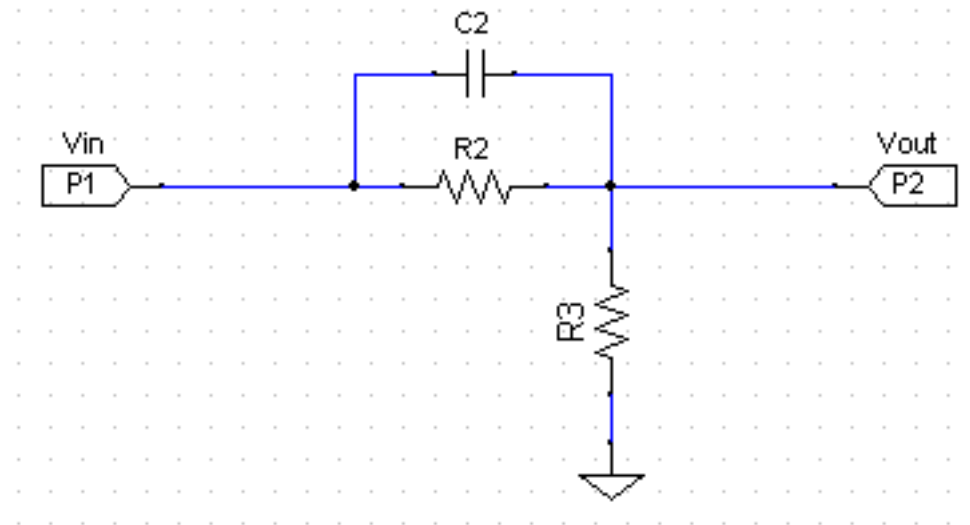


$$T_1(s) = -R_1 \parallel \frac{1}{sC_1} = -\frac{R_1}{1 + sC_1R_1}$$



Pole-Zero Cancellation (PZC)

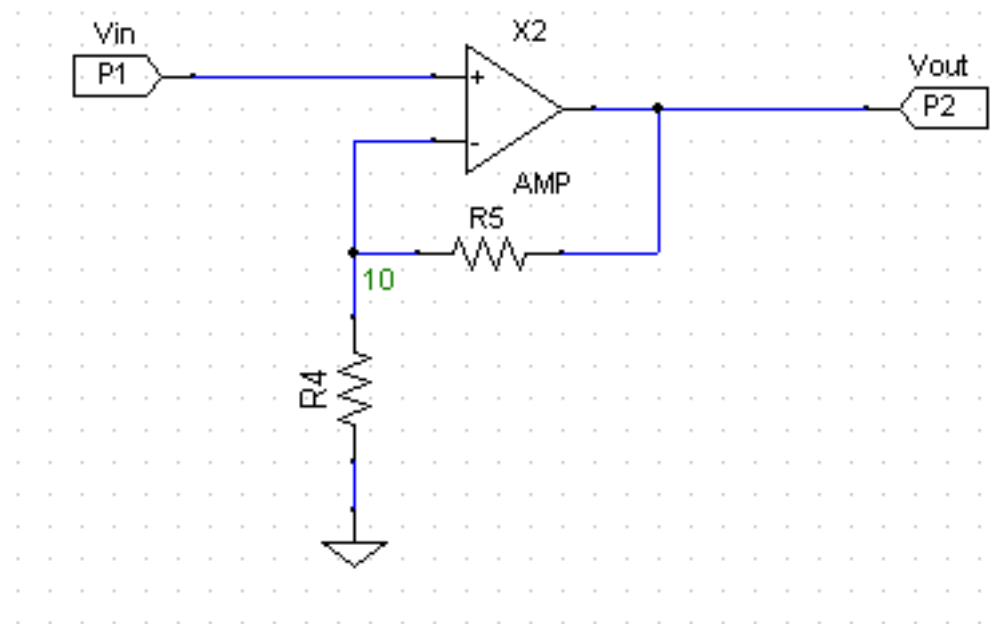
- 時定数をT1と同じにする($C_1R_1=C_2R_2$)ことにより、T1のポールとT2のゼロとを相殺させることができる。これをPZCという。



$$T_2(s) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)}$$

非反転増幅回路（既出）

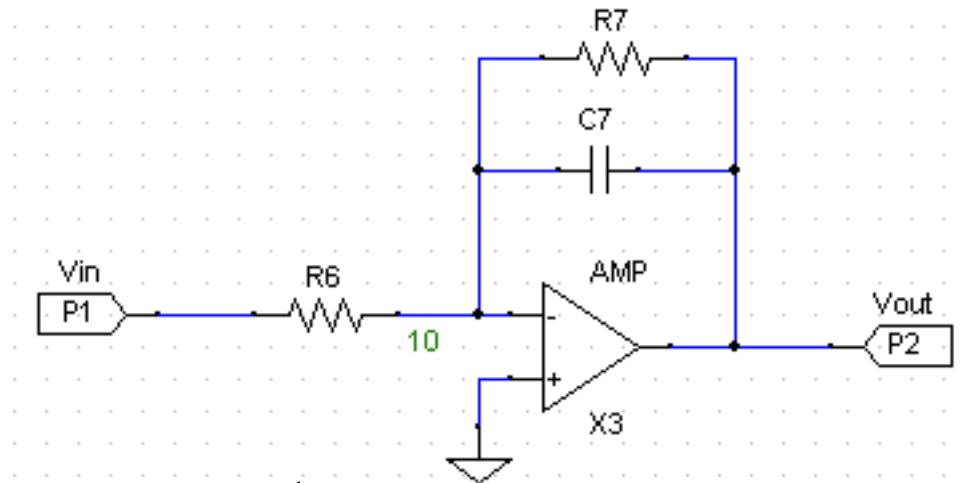
- $R5/R4=R2/R3$ にすることで、T2での直流減衰分を回復できる。



$$T_3(s) = 1 + \frac{R_5}{R_4}$$

整形増幅器(Shaper)

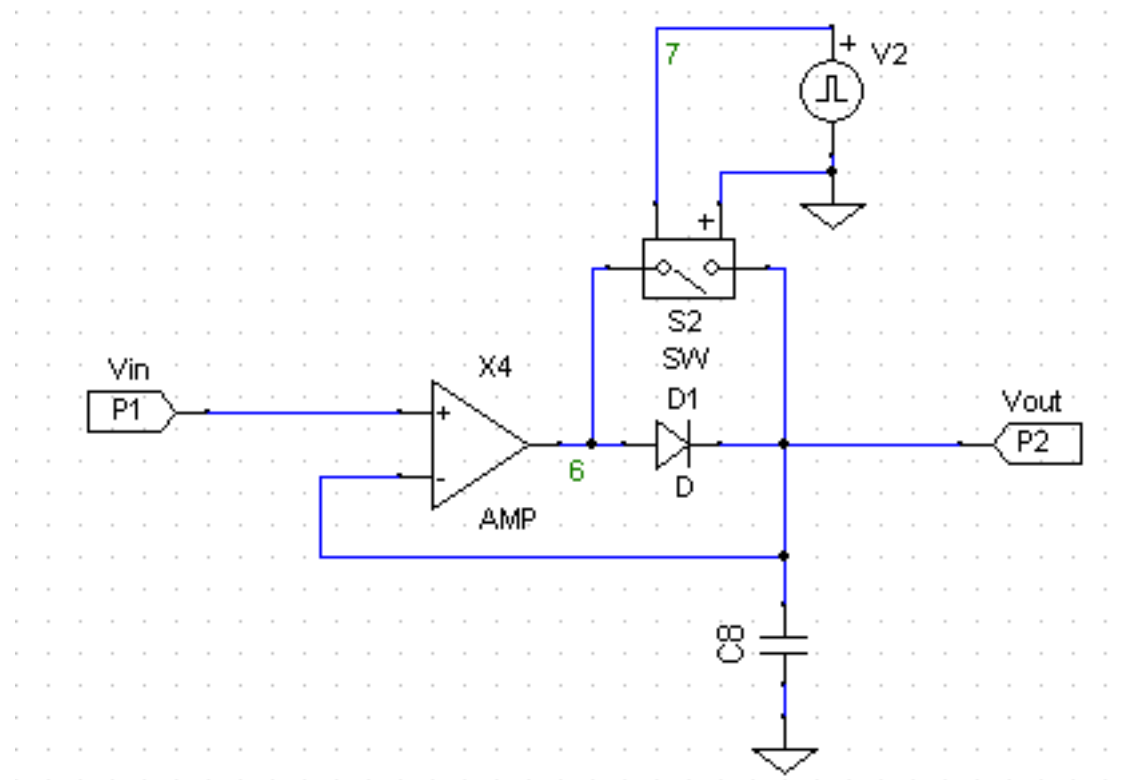
- LPF特性(あるいは積分特性)を持つ。時定数 C_7R_7 により Shaping Timeを決める。
- T2のポールとT4のポールを一致させることで、ぎりぎり振動しない「臨界減衰」の状態にするには、 $C_7R_7 = C_2(R_2 || R_3)$ にする。



$$T_4 = -\frac{R_7 \parallel \frac{1}{sC_7}}{R_6} = -\frac{1}{R_6} \frac{1}{\frac{1}{R_7} + sC_7} = -\frac{R_7}{R_6} \frac{1}{1 + sC_7R_7}$$

Peak-Hold回路

- 最大電圧を保持する。
- V_{out} 後に接続されたADCがサンプルし終わったら、リセットして次の入射に備えなければならない。

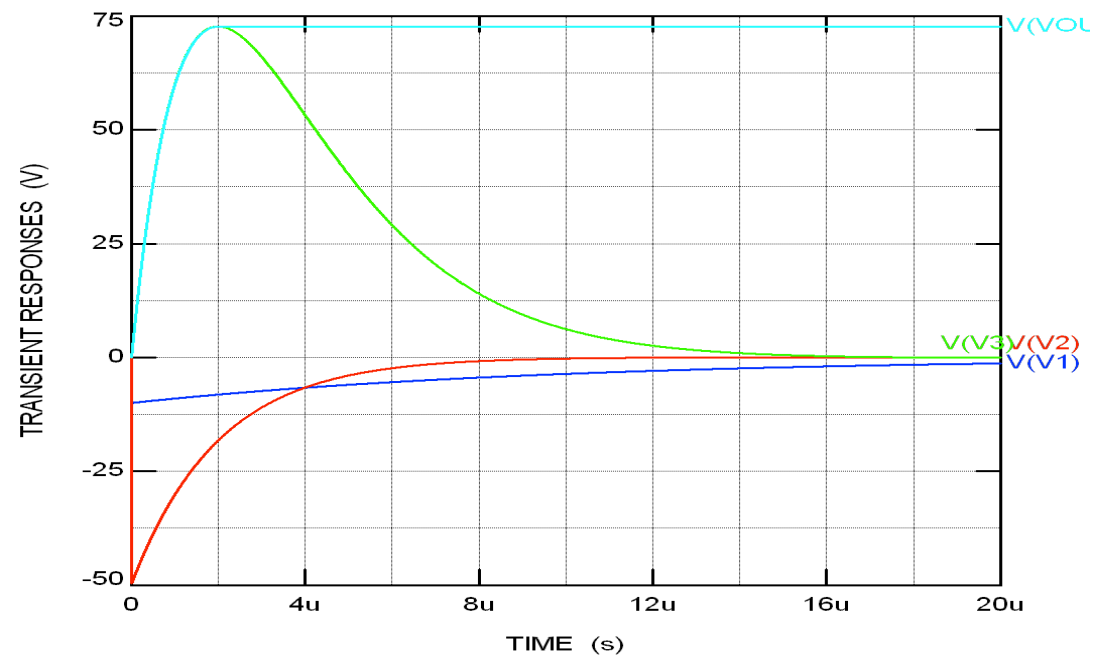
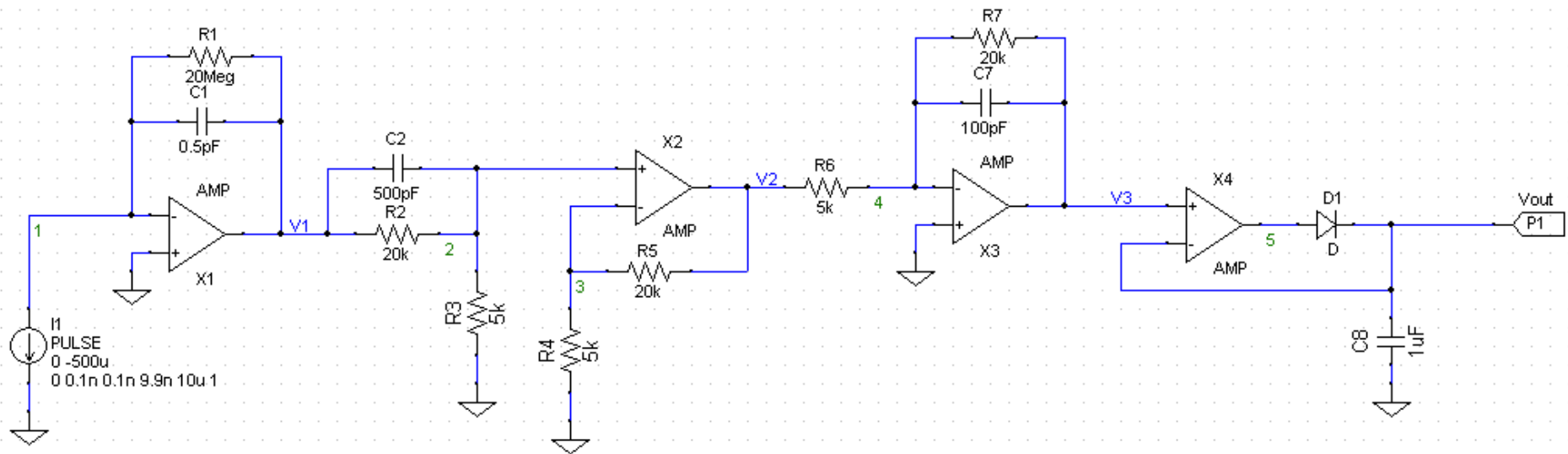


合成した応答関数 (Peak-Hold回路は除く)

$$\begin{aligned} T(s) &= I_0(s)T_1(s)T_2(s)T_3(s)T_4(s) \\ &= Q \left(\frac{R_1}{1 + sC_1R_1} \right) \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_2(R_2 \parallel R_3)} \right) \left(1 + \frac{R_5}{R_4} \right) \left(\frac{R_7}{R_6} \frac{1}{1 + sC_7R_7} \right) \\ &= QR_1 \frac{R_7}{R_6} \frac{1}{(1 + sC_7R_7)^2} \quad \text{where } C_1R_1 = C_2R_2, \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_5}{R_4}, C_2(R_2 \parallel R_3) = C_7R_7 \\ &\rightarrow QR_1 \frac{R_7}{R_6} \left(\frac{1}{C_7R_7} \right)^2 te^{-\frac{t}{C_7R_7}} \end{aligned}$$

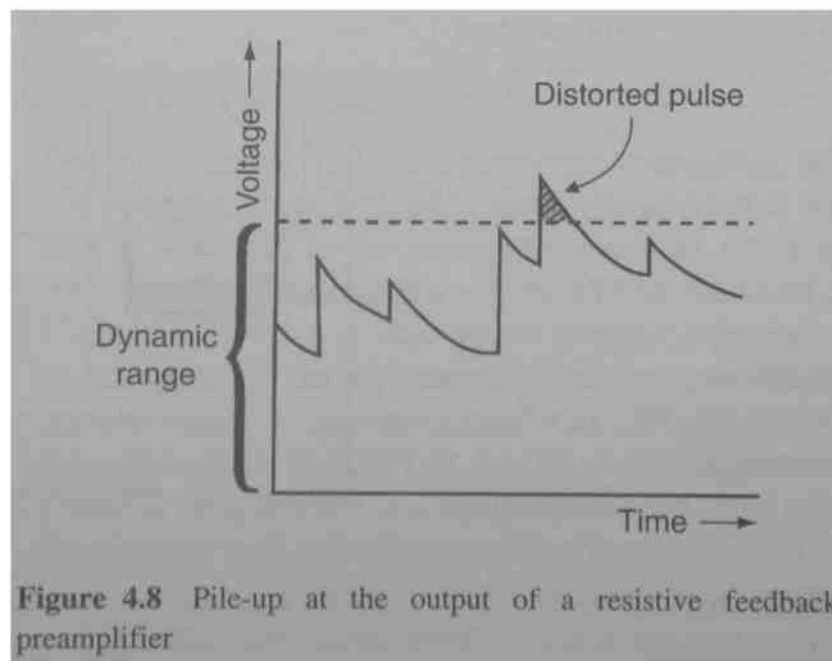
※ $f(t) \rightarrow F(s): te^{-at} \rightarrow \frac{1}{(s+a)^2}$ を利用。

SPICEシミュレーション

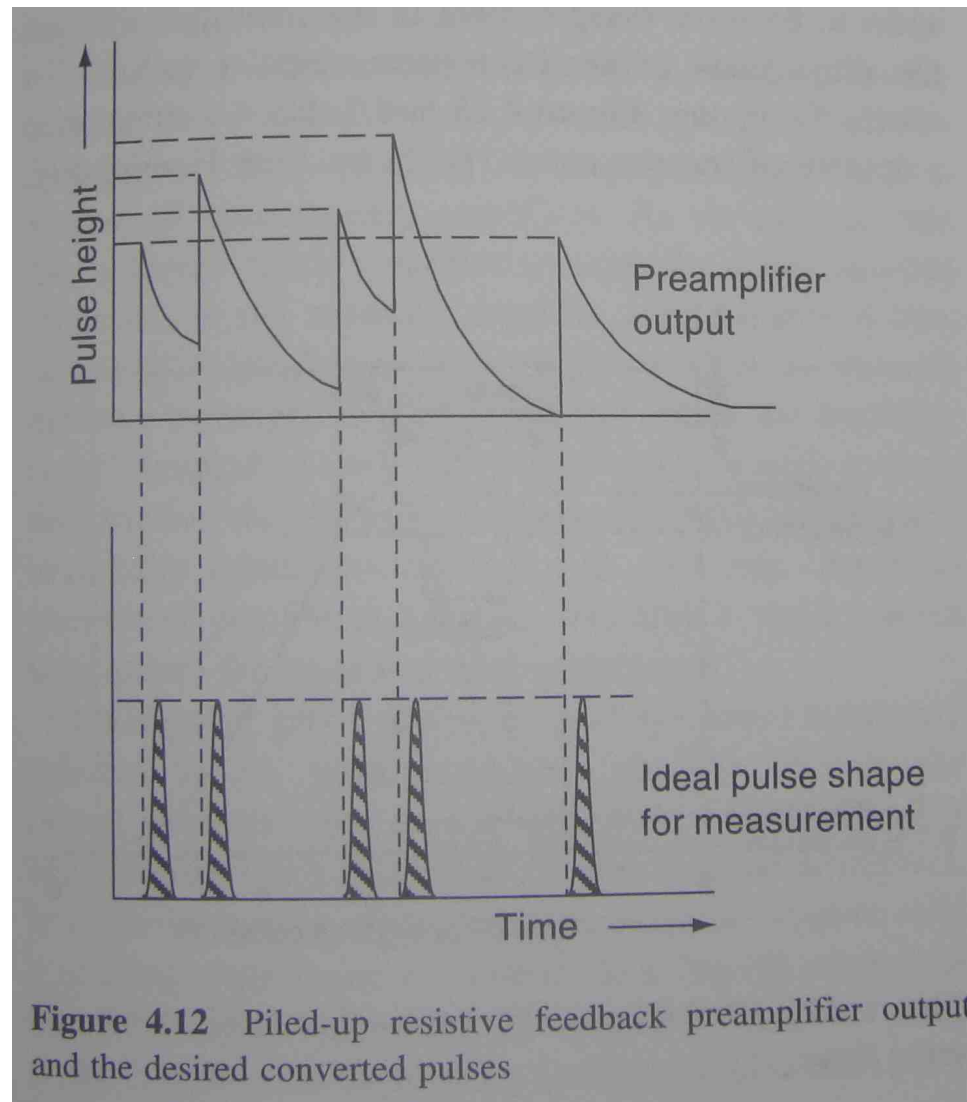


プリアンプのPile-Up

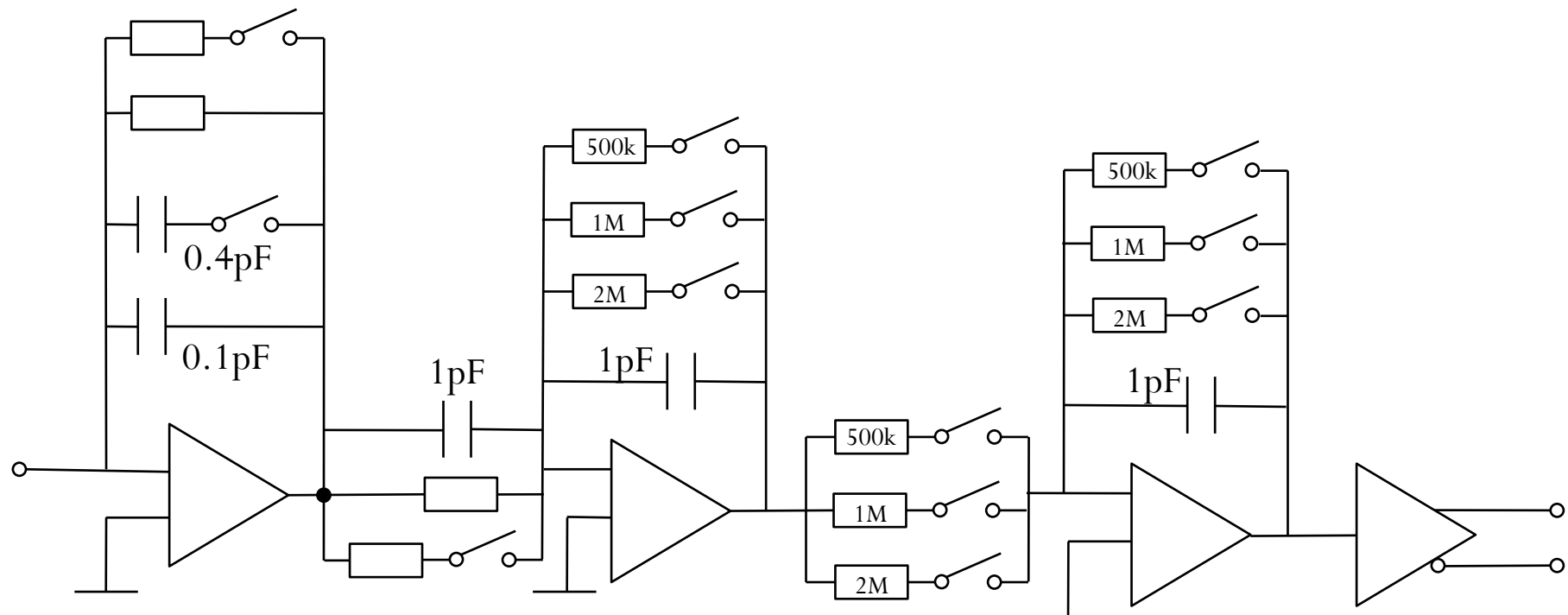
- プリアンプの時定数は通常、数10 μ sと長いため、次の信号が重なってしまうが、信号のrise edgeを見るため、それ自体は問題にはならない。
- ただし、回路のダイナミックレンジを超えるほどpile-upすると、信号が歪んでしまう。入射のrateと平均的な入力電荷から、適切な時定数以内に納めておくことが必要。



Pile-upしたプリアンプ信号からのパルス信号抽出



実際の設計例 (TPCFE09)

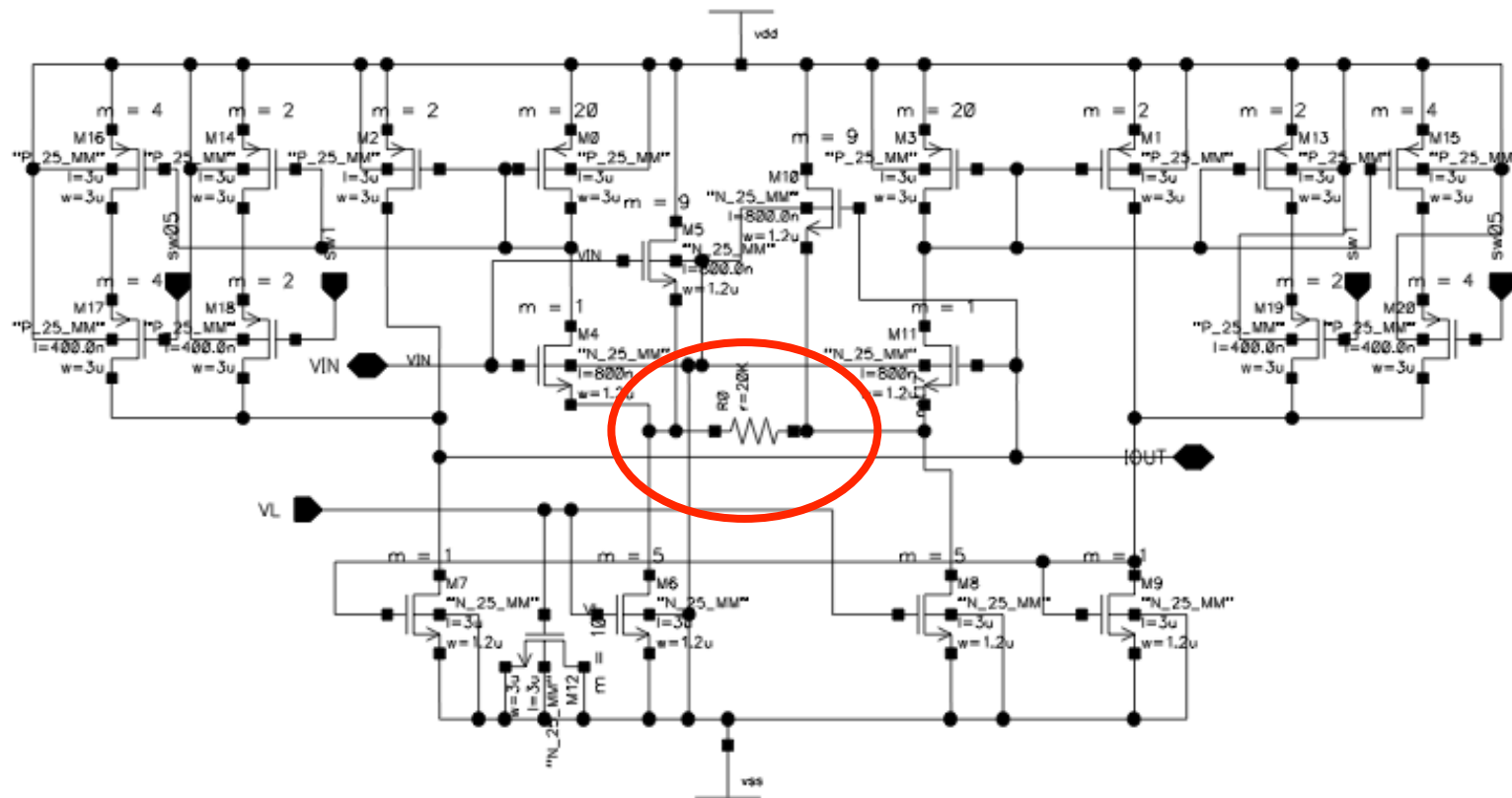


ゲインは
2種切り替え

Shaping Timeは
3種切り替え

作動出力により
外部配線での
対ノイズ性を向上

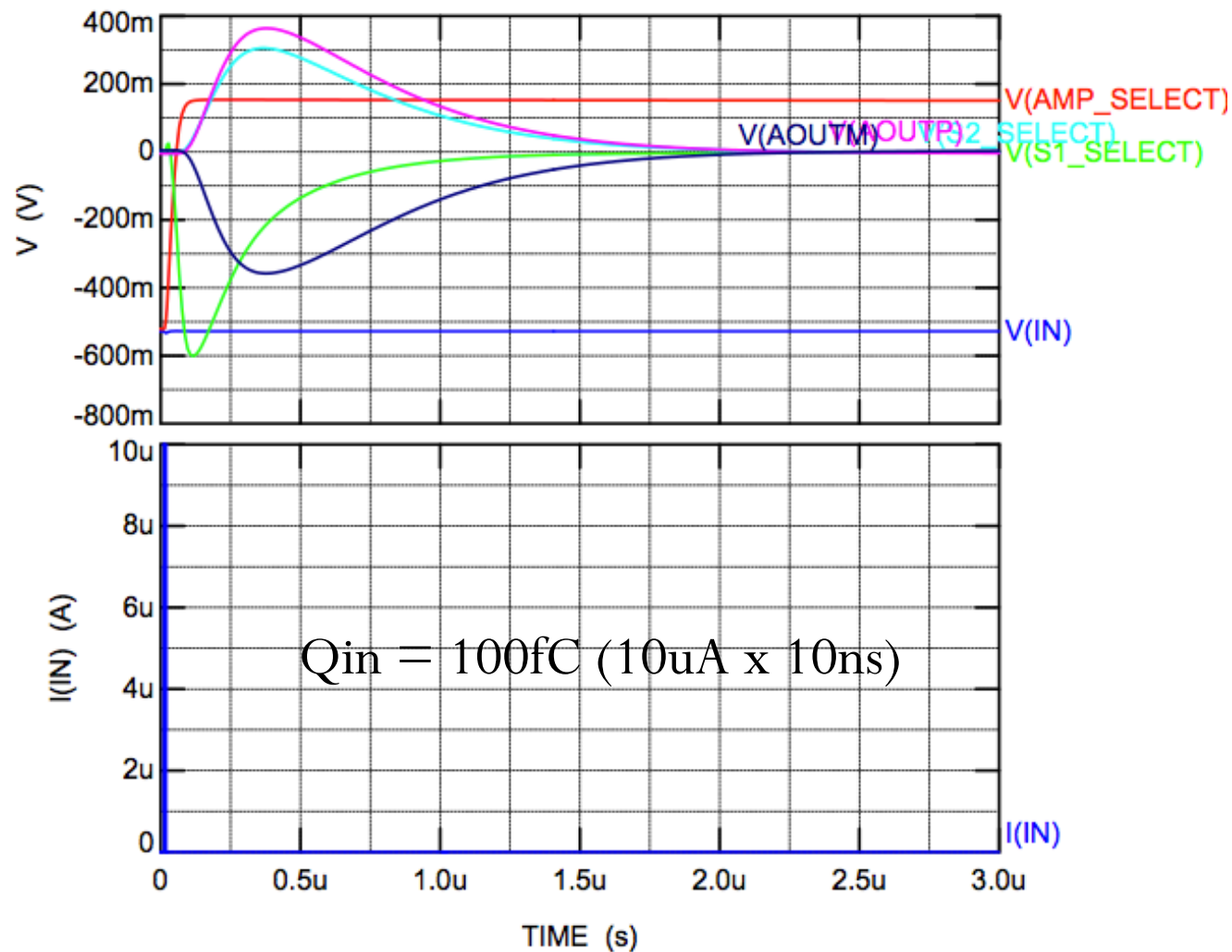
Long Shaping用に高抵抗回路を使用



ASICで使える抵抗やキャパシタの大きさには限りがある。
ここでは、基準となる抵抗（ここでは20kΩ）を元に、出力電流を
1/25, 1/50, 1/100にすることで、実効的に500kΩ, 1MΩ, 2MΩの高抵抗を実現。

実際の設計例 (TPCFE09)

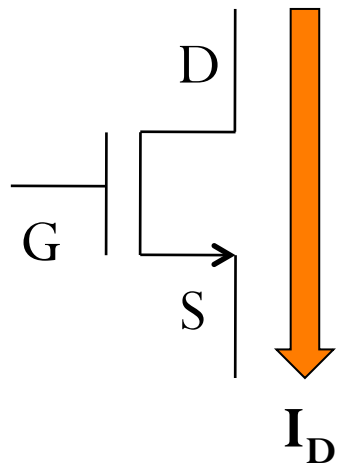
シミュレーション結果 (G=10V/pF, RC=0.5us)



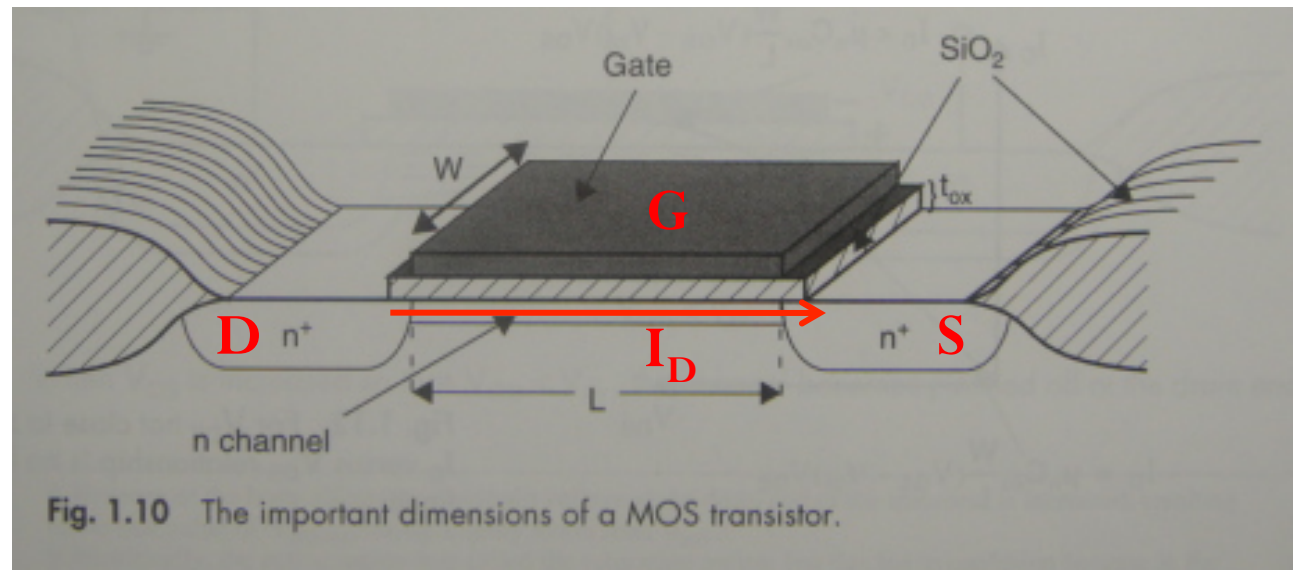
MOSFETの動作

・・・後々の説明のため、簡単に触れる。

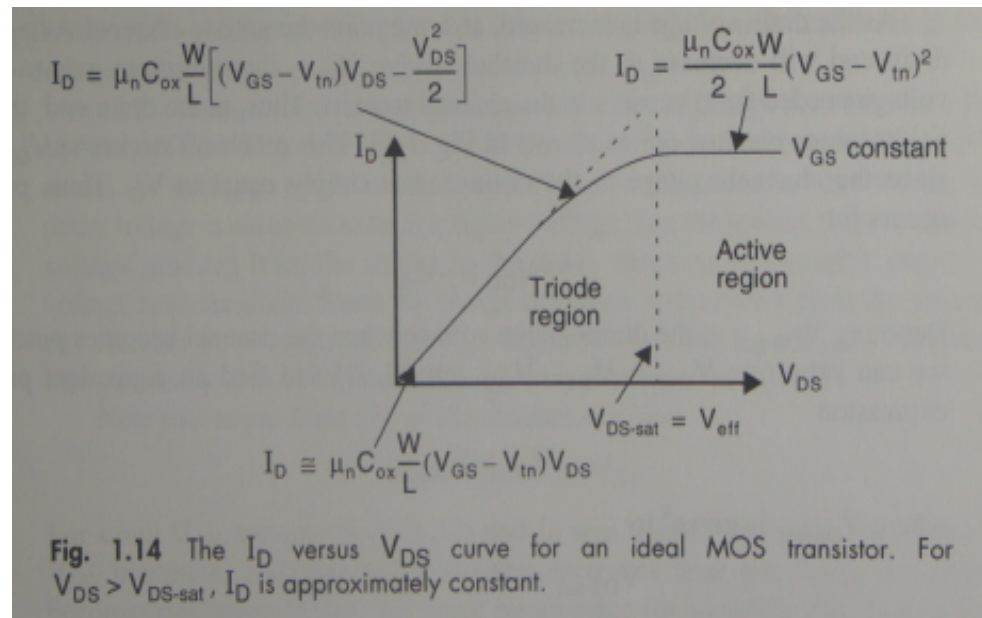
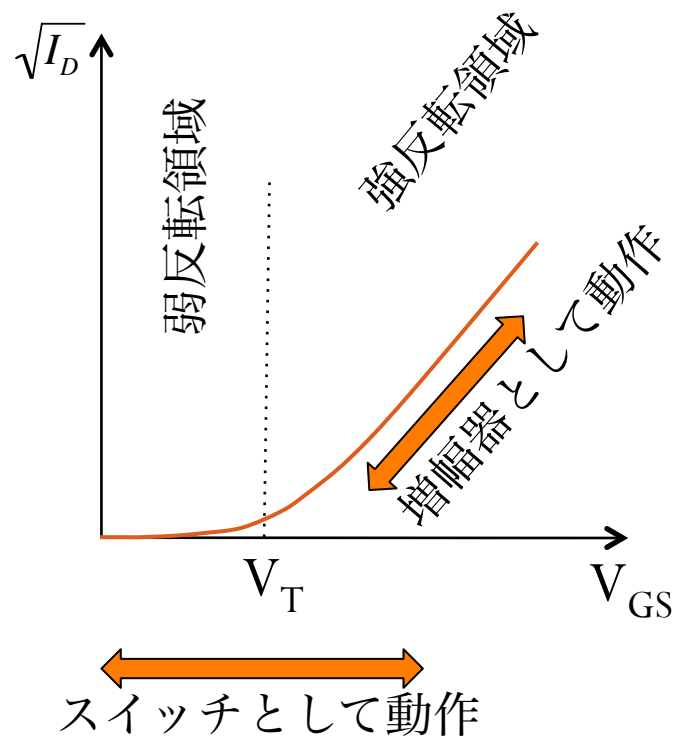
Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor (MOS FET) の構造



$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}}$$

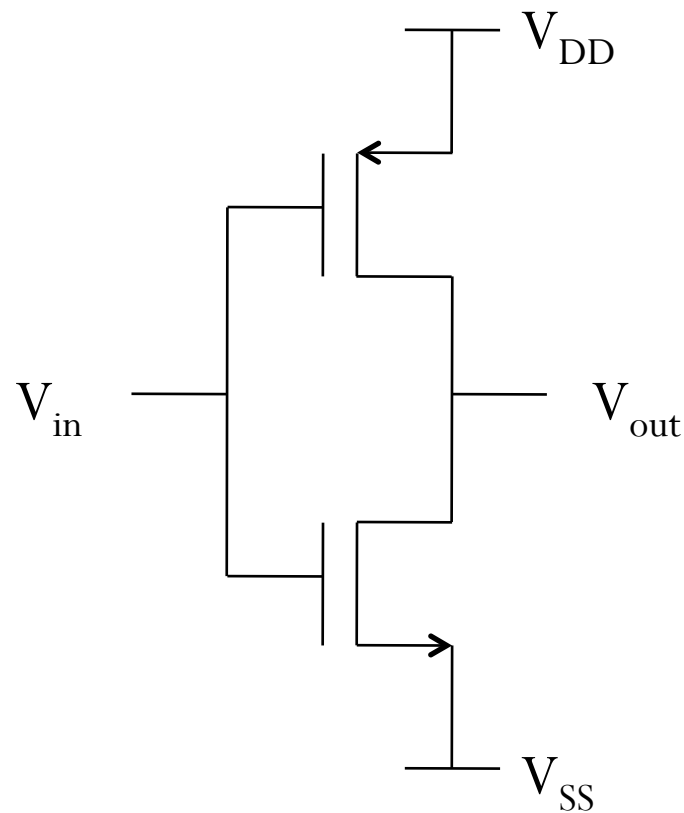


MOSFETの動作



MOSFETを用いたデジタル素子の例

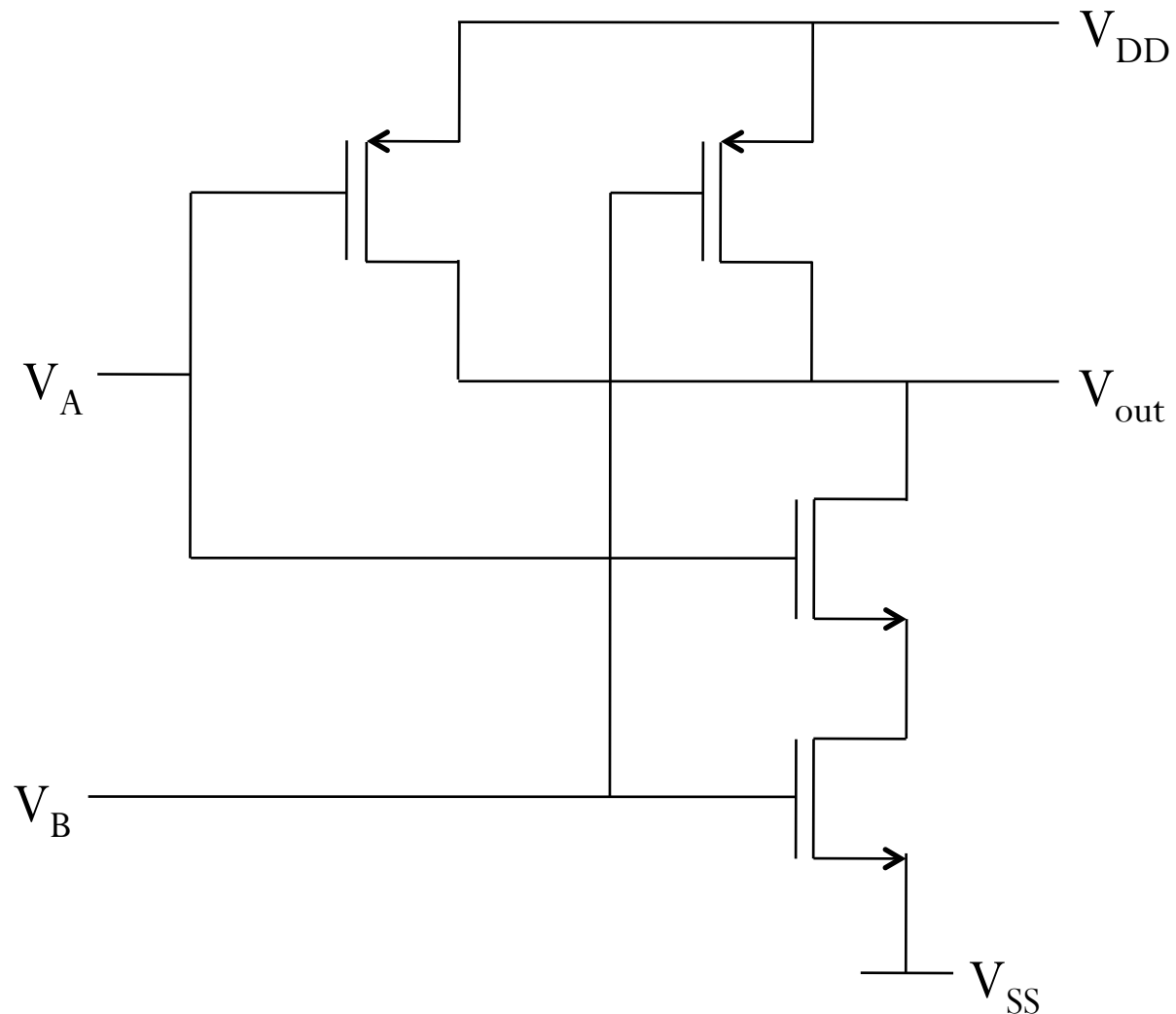
CMOS Inverter



$$\begin{aligned} V_{in} = V_{DD} &\rightarrow V_{out} = V_{SS} \\ V_{in} = V_{SS} &\rightarrow V_{out} = V_{DD} \end{aligned}$$

MOSFETを用いたデジタル素子の例

2入力NAND



放射線計測用回路における ノイズ

放射線計測回路におけるノイズ

- 最終的にPeak-Holdするのだったら、ポールゼロキャンセルだの、シェイパーだの、要らないのではないか？と思ったかもしれません。
- 信号を整えておくことは、Peak-Holdが的確に動作するためにも必要ですが、ノイズを抑えてSNR (Signal-to-Noise Ratio) を向上させる役割も担います。
- PZCは一種のHPF (High-Pass Filter) のように働き、シェイパーはLPF (Low-Pass Filter) のように働くことで、信号に必要な帯域のみを通して、不要な帯域のノイズをカットしています。
- 検出器に発生するノイズは以下の3種に大別されます。
 - ショットノイズ
 - 熱雑音
 - フリッカノイズ

ノイズ計算の基本

- ノイズの各成分はランダム的すなわち互いに直交していると考え、その合成は2乗和として表される。

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$v_{sum} = \sqrt{\int_{F_1}^{F_2} v^2 dt}$$

※実際ノイズは優れたランダム波形発生器で、
ランダムパルス・ジェネレータに用いられたりする。

- 単位は

$$V/\sqrt{\text{Hz}}, \quad A/\sqrt{\text{Hz}}$$

のように表される。

ショット雑音 Shot noise

- ショット雑音とは、ダイオードの逆バイアス電流のように、検出器の漏れ電流に付随して発生する雑音である。ショット雑音は、漏れ電流を生じている電子素子に「並列な」電流源として表現され、雑音パワーは

$$i_n^2 = 2qI_L \text{ [A}^2\text{/Hz]}$$

と表される。ただし q は素電荷、 I_L は漏れ電流。

熱雑音 Thermal noise

- 熱雑音は、キャリアが抵抗体中のフォノンと散乱し合うことによって生ずるものである。抵抗体Rに「直列な」電圧源として表現され、雑音パワーは

$$v_n^2 = 4kTR \quad [\text{V}^2/\text{Hz}]$$

である。あるいは、抵抗体Rに「並列な」電流源として、

$$i_n^2 = \frac{4kT}{R} \quad [\text{A}^2/\text{Hz}]$$

と表してもよい。

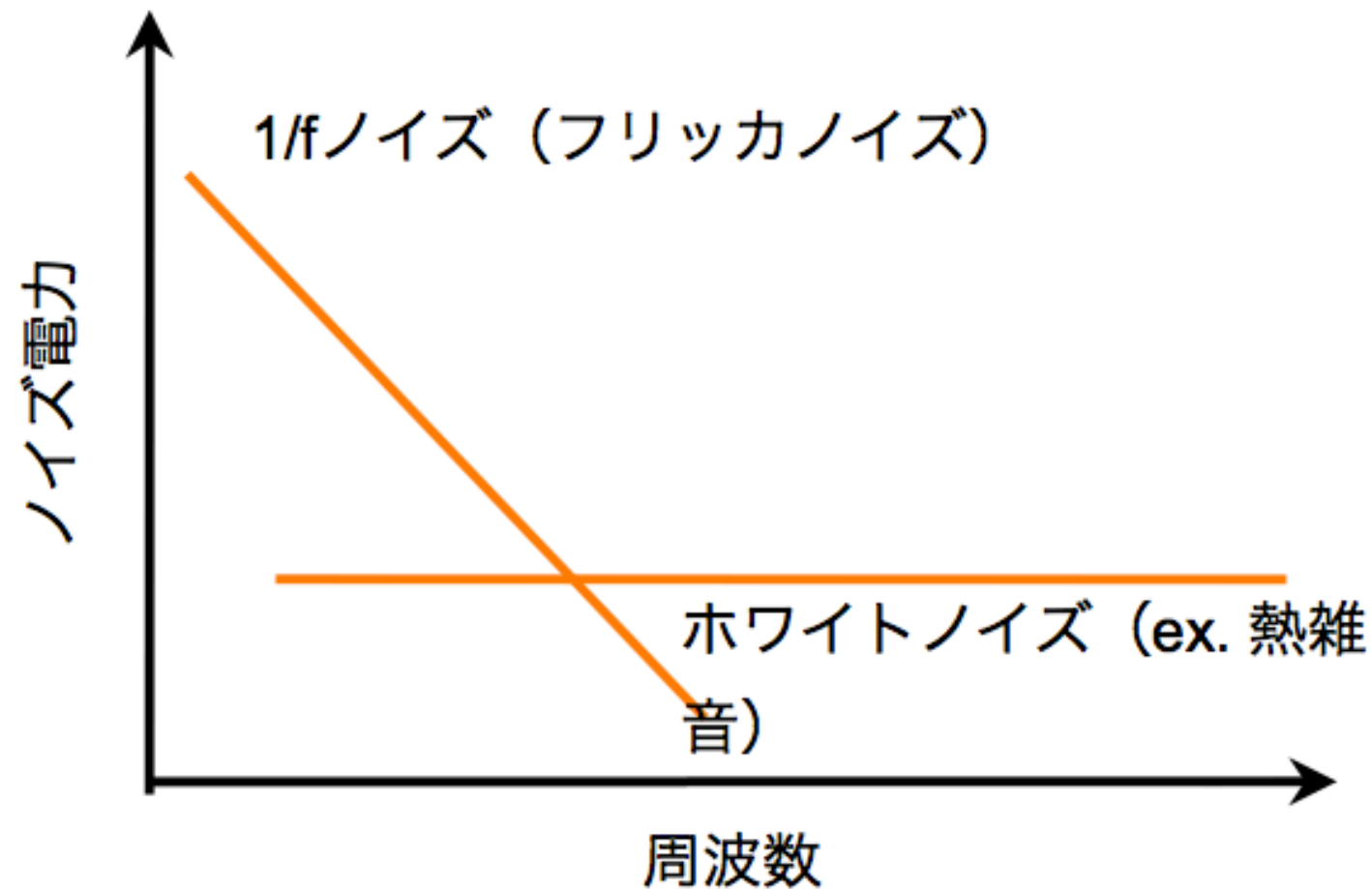
フリッカ雑音

- フリッカ雑音は、その周波数特性から別名「 $1/f$ ノイズ」と呼ばれ、電子素子がキャリアトラップを有しているような場合に生ずる雑音である。MOSFETにおいては、酸化膜と半導体の界面にこのような $1/f$ ノイズに関係するキャリアとラップが存在し、これによってゲートに直列な雑音電圧が発生する。
- MOSFETの場合には、ゲートに直列な電源として表現され、その雑音パワーは、

$$v_n^2 = \frac{k_f I_D^{a_f}}{C_{ox} W L f} \quad [V^2 / Hz]$$

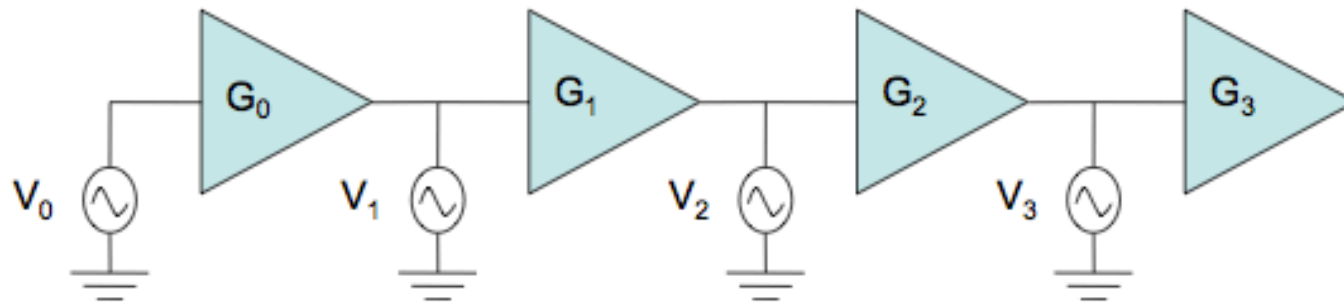
と表される。 k_f は「フリッカ雑音係数」、 a_f は「フリッカ雑音指数」と呼ばれる。 I_D はMOSFETのドレイン電流、 C_{ox} は酸化膜の単位面積当りのキャパシタ、 WL はゲート面積（幅×長さ）、 f は周波数である。

トランジスタのノイズ 周波数特性



ノイズの伝搬

-はじめが肝心-

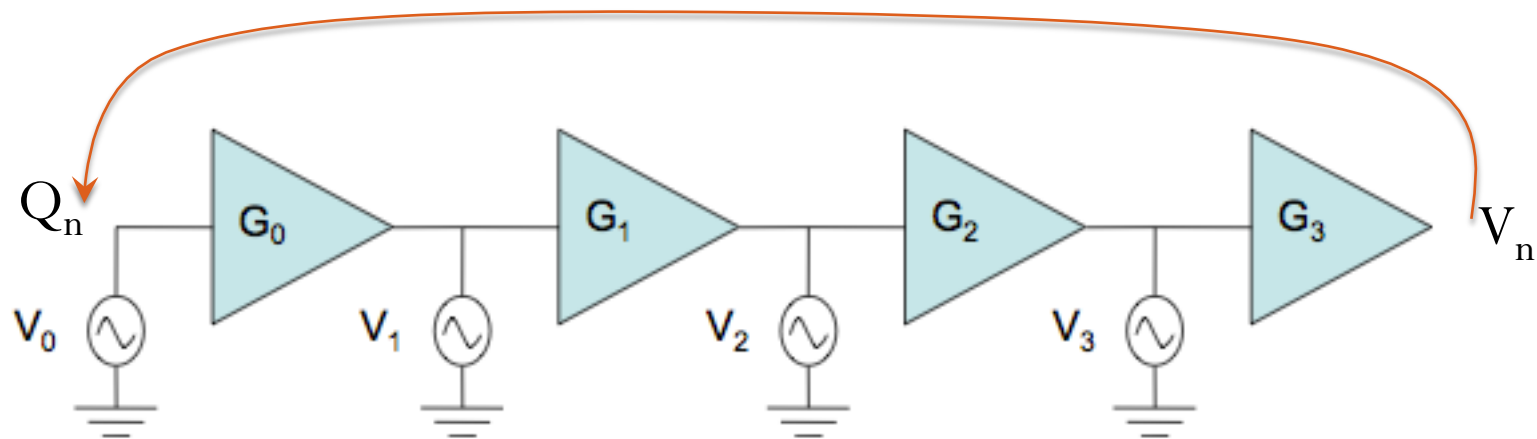


$$G_4 \left(\sqrt{V_4^2} + G_3 \left(\sqrt{V_3^2} + G_2 \left(\sqrt{V_2^2} + G_1 \left(\sqrt{V_1^2} + G_0 \sqrt{V_0^2} \right) \right) \right) \right)$$

一番初めのノイズの影響が一番大きい
(G が1以上であれば)

等価雑音電子数 (ENC)

出力での総ノイズレベル V_n を入力電荷レベル Q_n に換算してやる



$$ENC = \frac{1}{q} \sqrt{\int_0^{\infty} Q_n^2 df}$$

ENCの 3 成分

- 前出の回路に対してショット雑音成分のENCは、ピーキングタイム T_M に比例する：

$$Q_{n1}^2 \propto \frac{e^2}{8} i_n^2 T_M$$

- 第2の成分は、プリアンプのゲート入力抵抗に相当する R_G に係る雑音成分であり、 T_M に反比例する：

$$Q_{n2}^2 \propto \frac{e^2}{8} \frac{4kTR_G C_D^2}{T_M}$$

MOSFETの場合、 $R_G = 2/3g_m$ である。

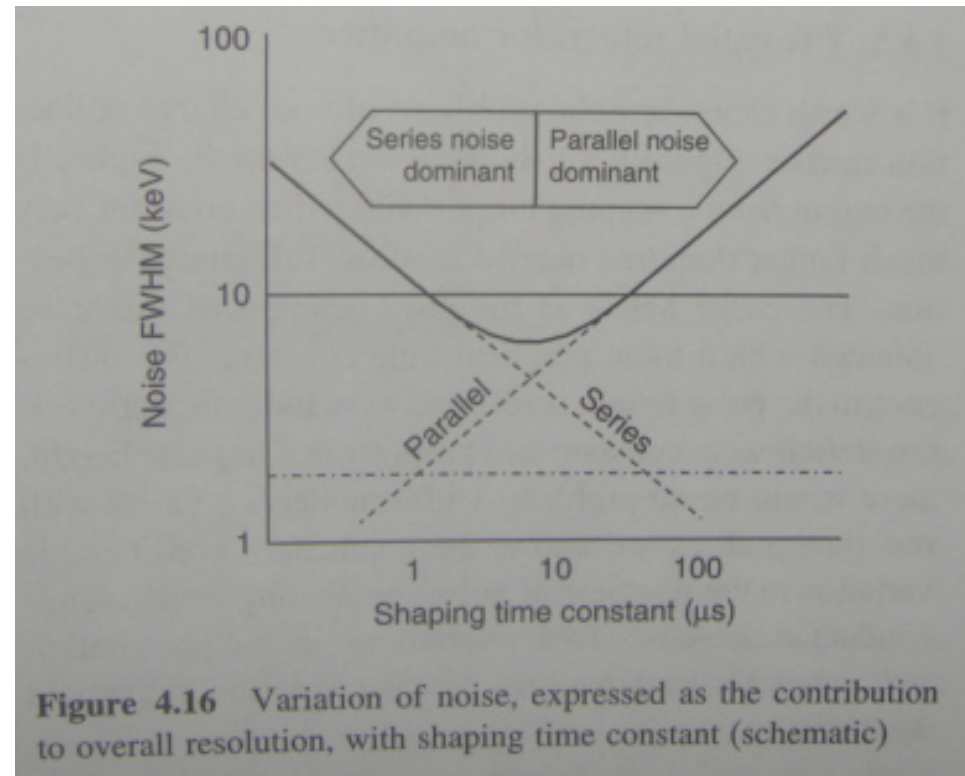
- 第3の成分は $1/f$ ノイズに係る成分であって、 T_M に依存しない：

$$Q_{n3}^2 \propto \frac{e^2}{2} K_f C_D^2$$

ピーキング・タイムの最適化

- T_M に比例する第 1 成分と、 T_M に反比例する第 2 成分との関係において、最適な T_M を求めることができる：

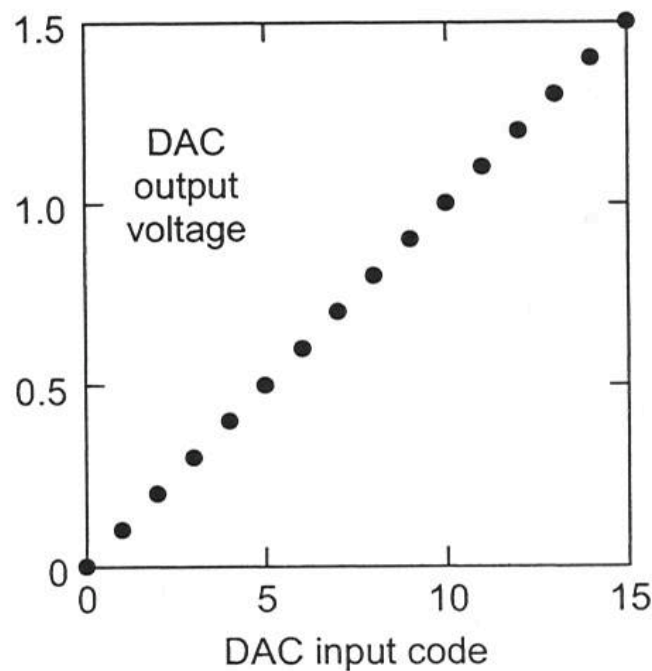
$$T_M = \sqrt{\frac{4kTR_G C_D^2}{2qI_L + \frac{4kT}{R_B} + \frac{4kT}{R_1}}}$$



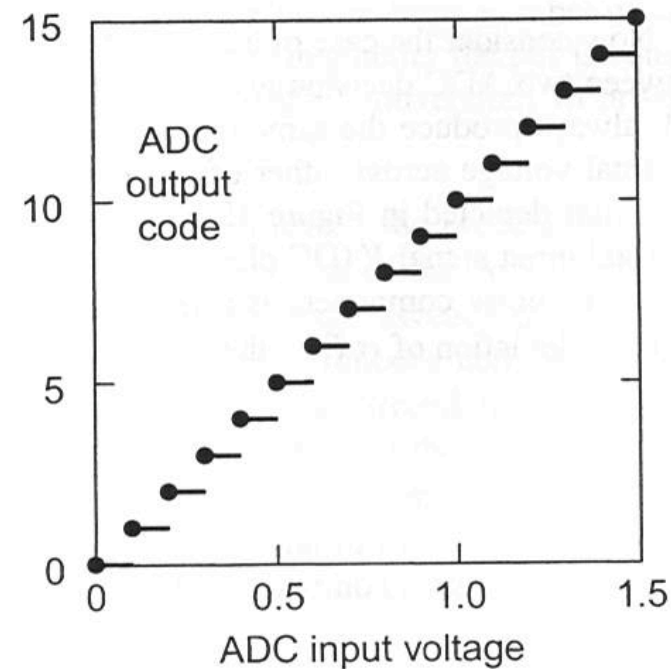
ADC, TDC, PLL

ADC (Analog-to-Digital Converter)

- アナログ測定量をデータとして取り込むためには、何らかの形でデジタル化しなくてはならない。
- ADCは電圧値を直接、デジタル化する。



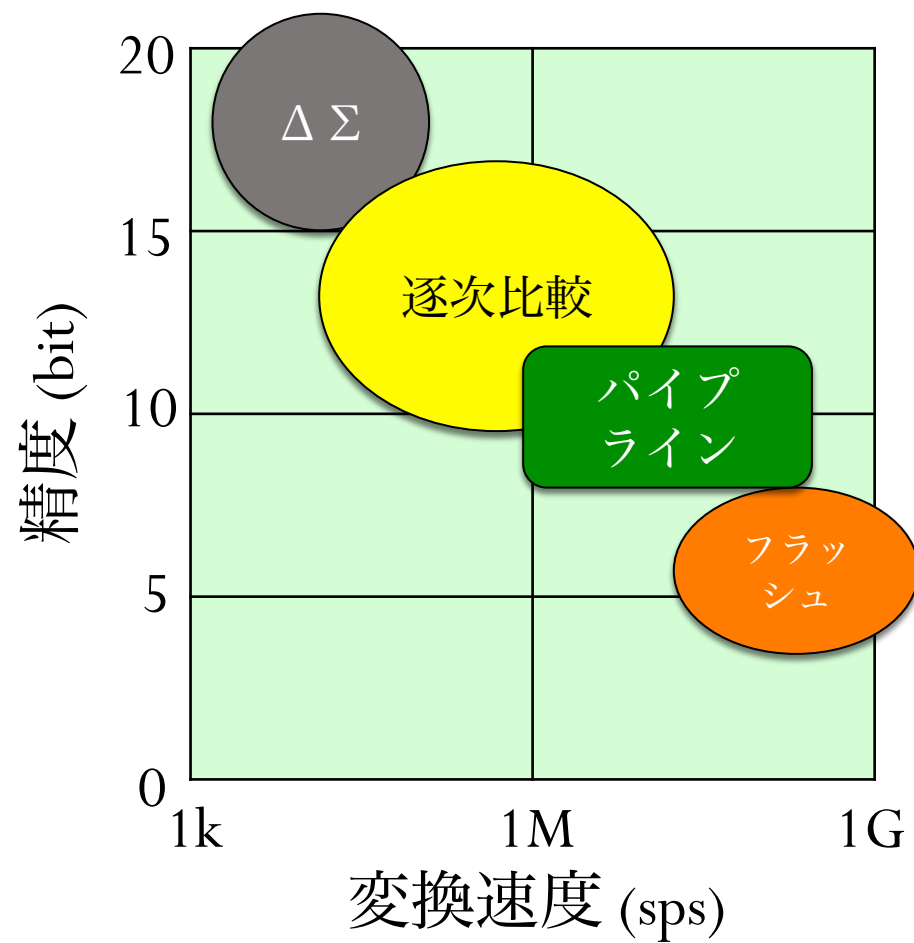
(a)



(b)

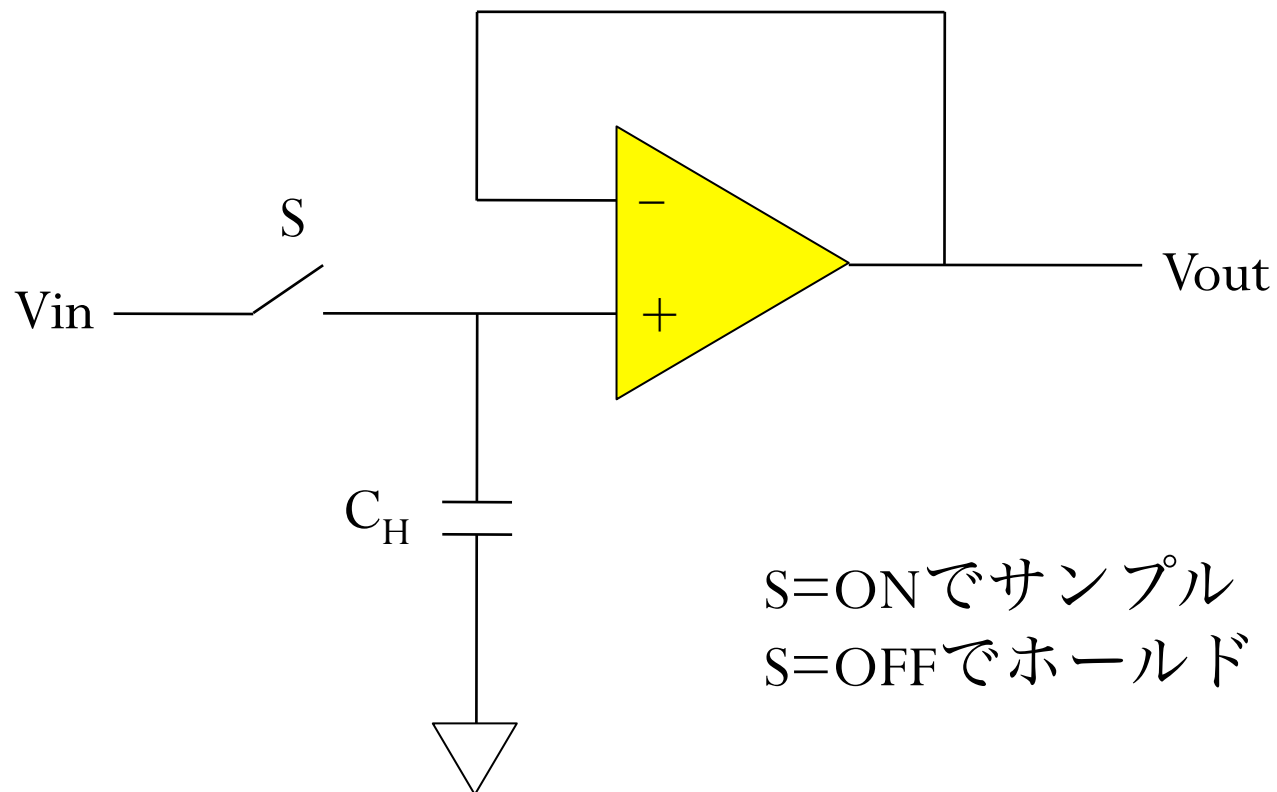
Figure 12.1. DAC and ADC transfer curves.

ADCの種類



ADCの構成要素

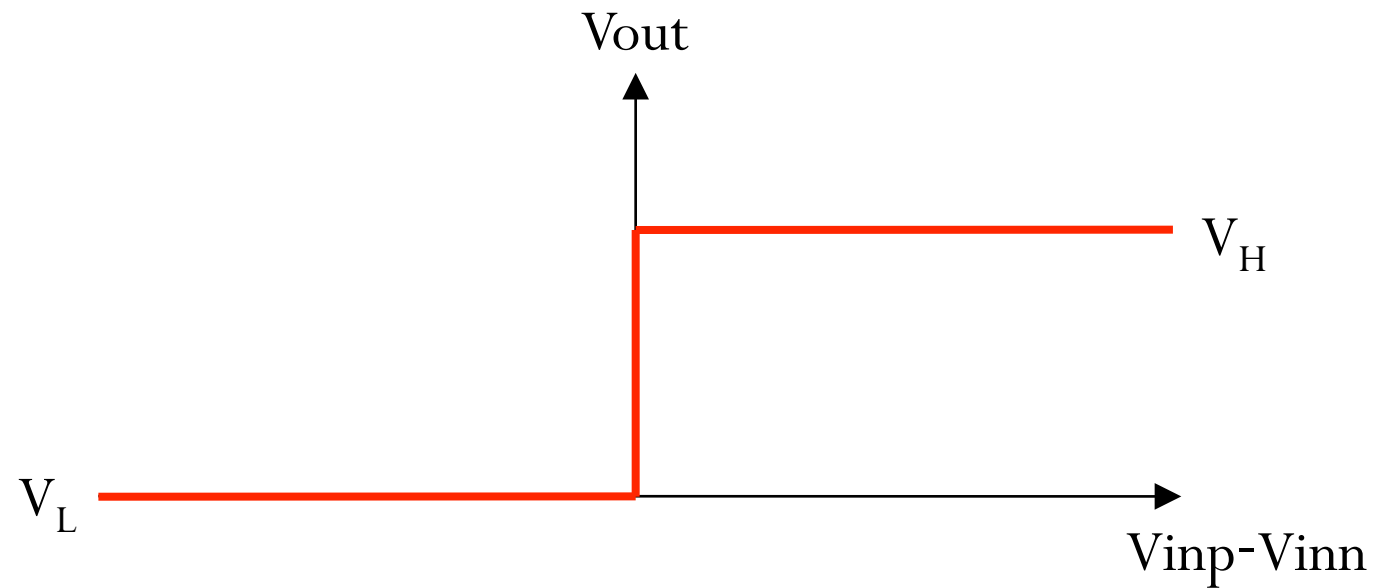
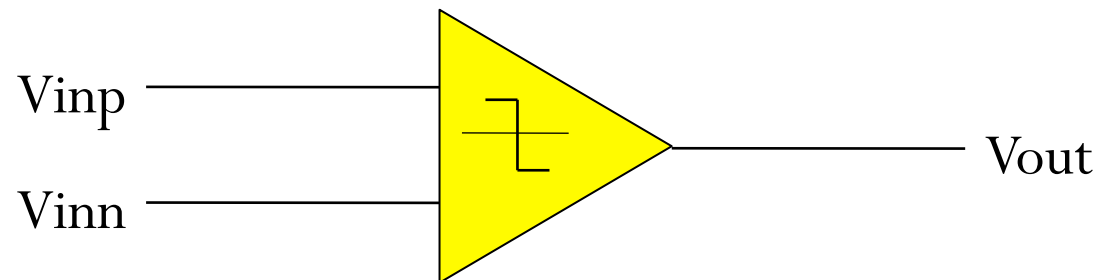
S/H (Sample and Hold) の例



S=ONでサンプル
S=OFFでホールド

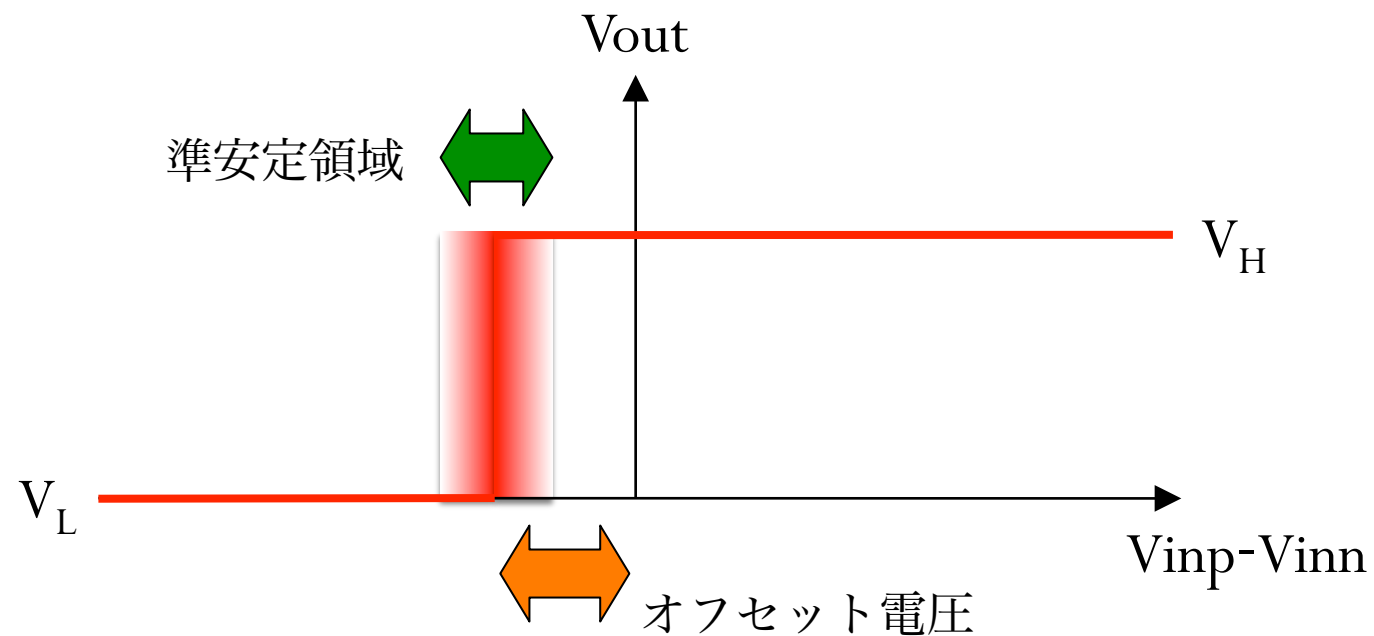
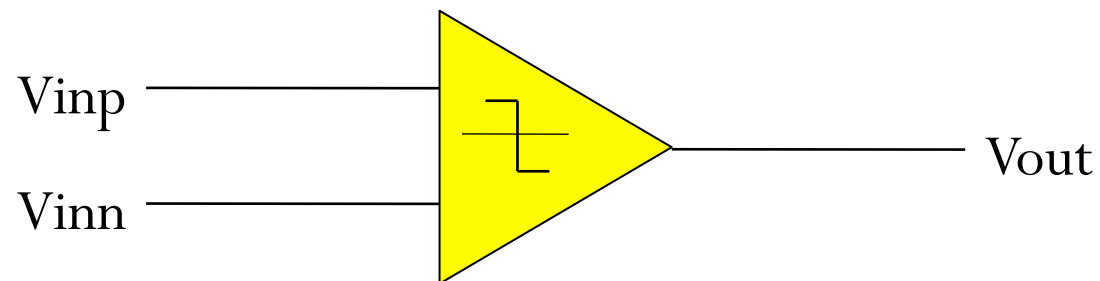
ADCの構成要素

Comparator (理想的な場合)



ADCの構成要素

Comparator (実際の場合)



ノイズや非線形性による ADC入出力特性の変化

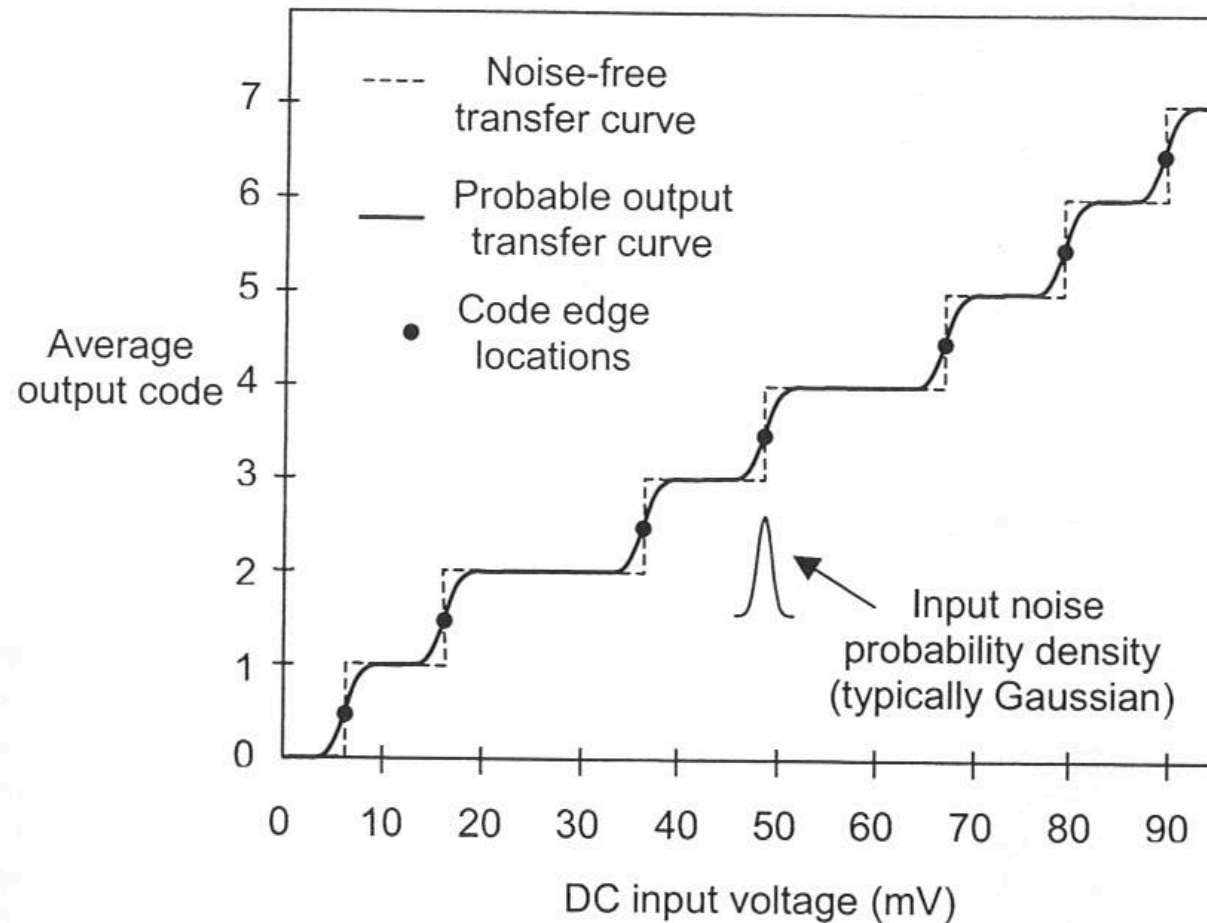
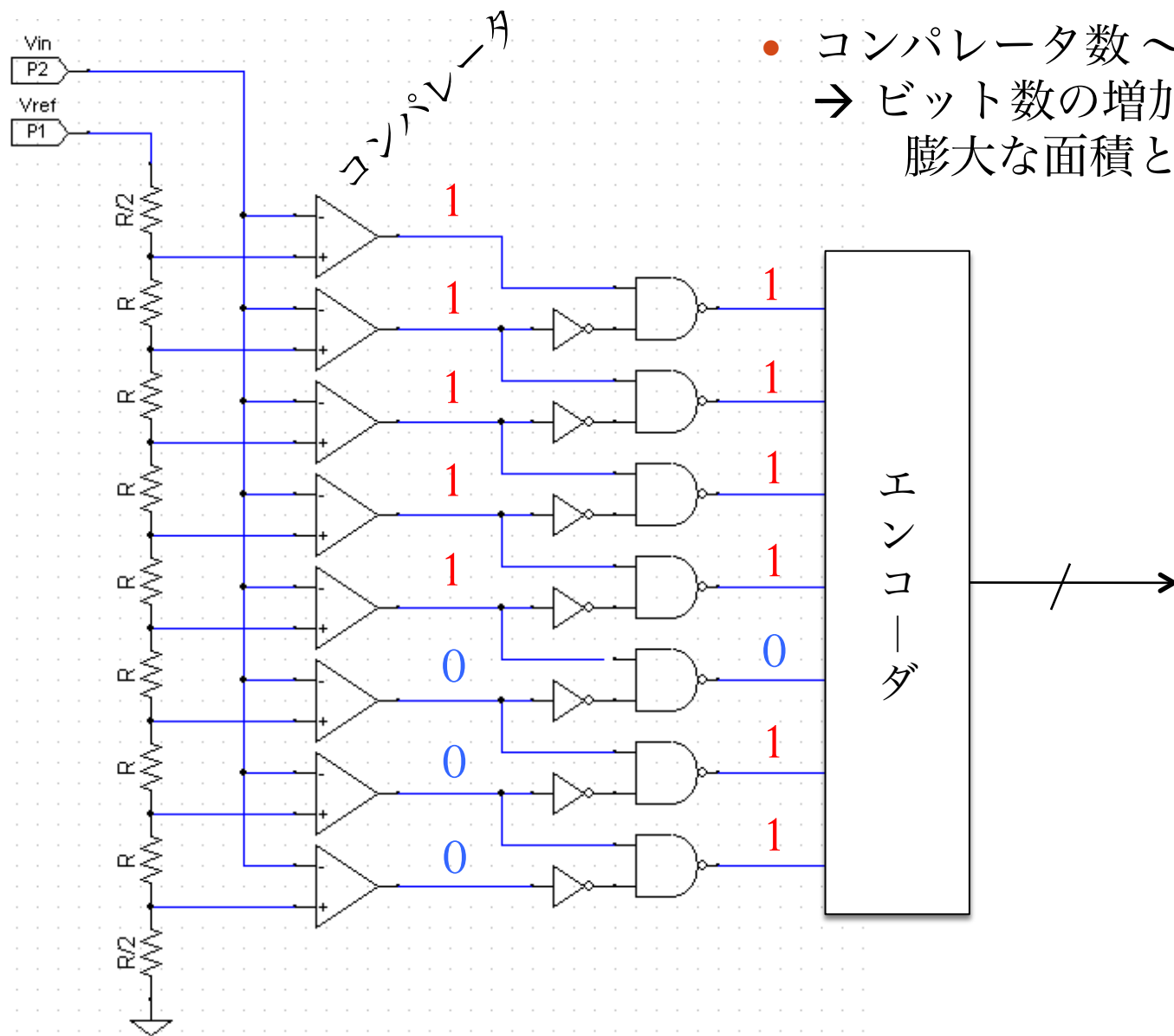


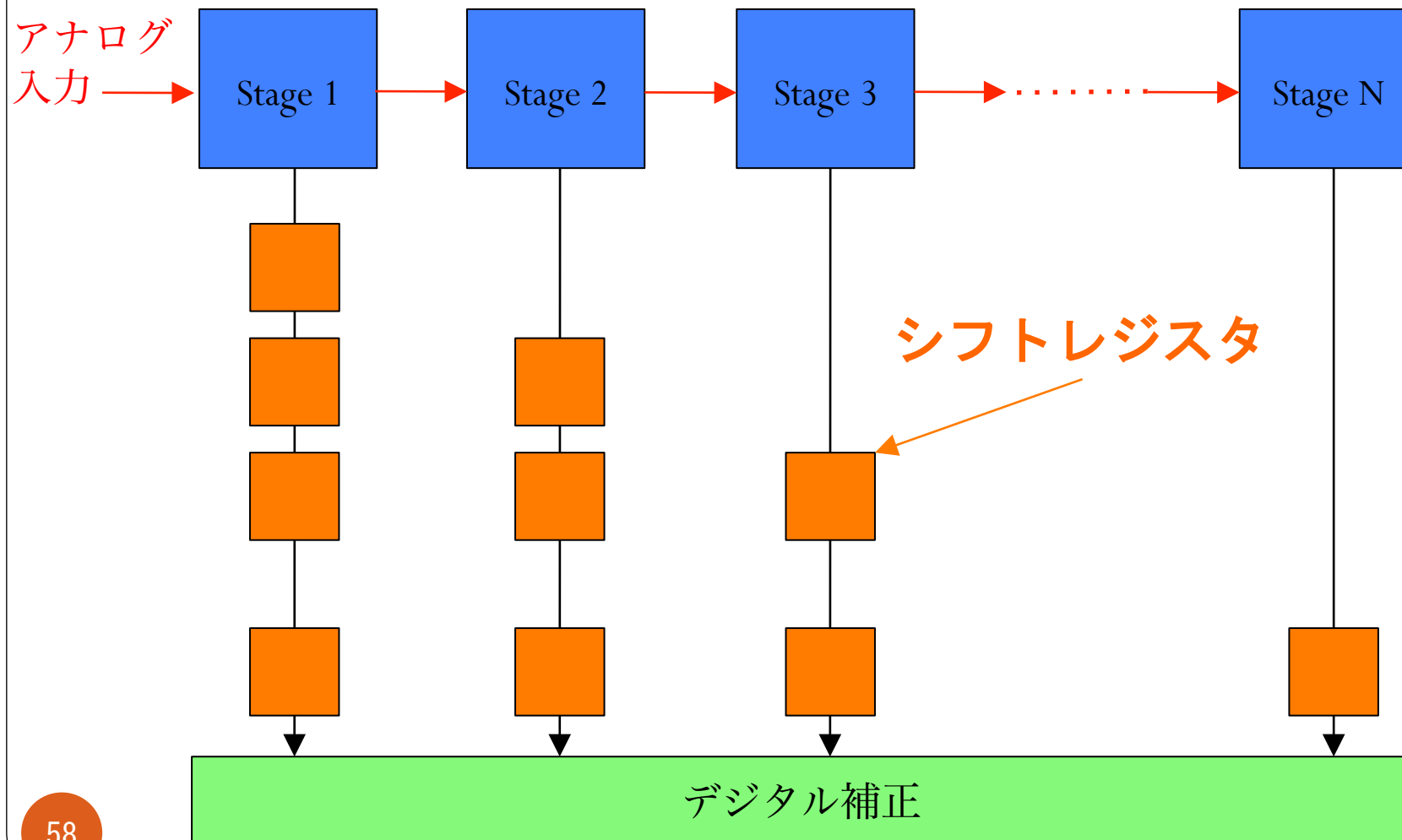
Figure 12.7. ADC probable output code transfer curve.

Flash ADC



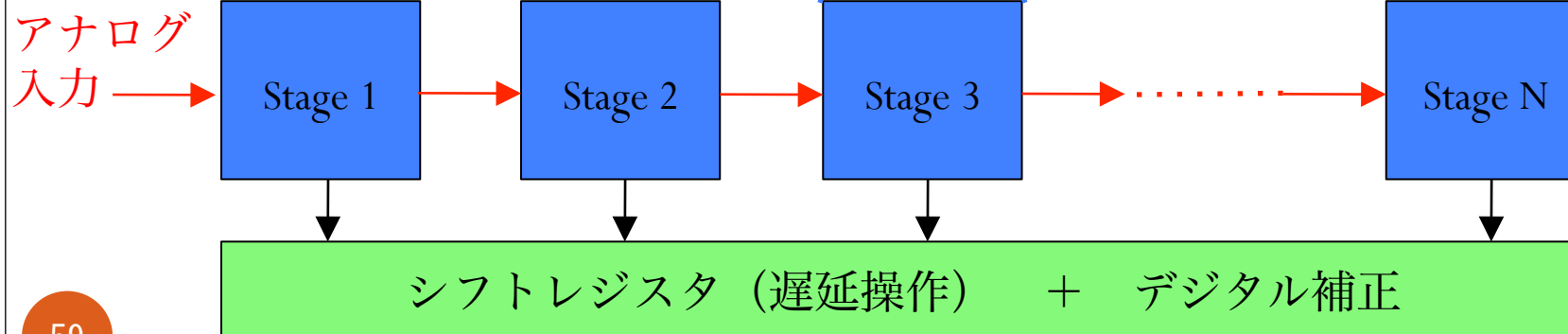
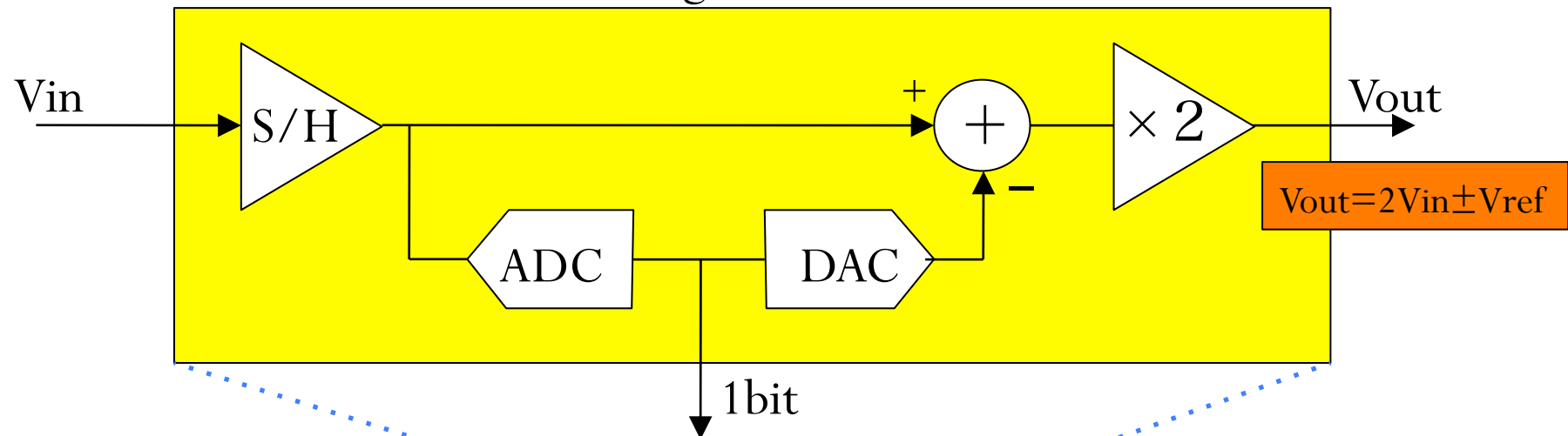
- 高速向け。
- コンパレータ数 $\sim 2^N$
→ ビット数の増加とともに膨大な面積と消費電力に。

Pipelined ADC

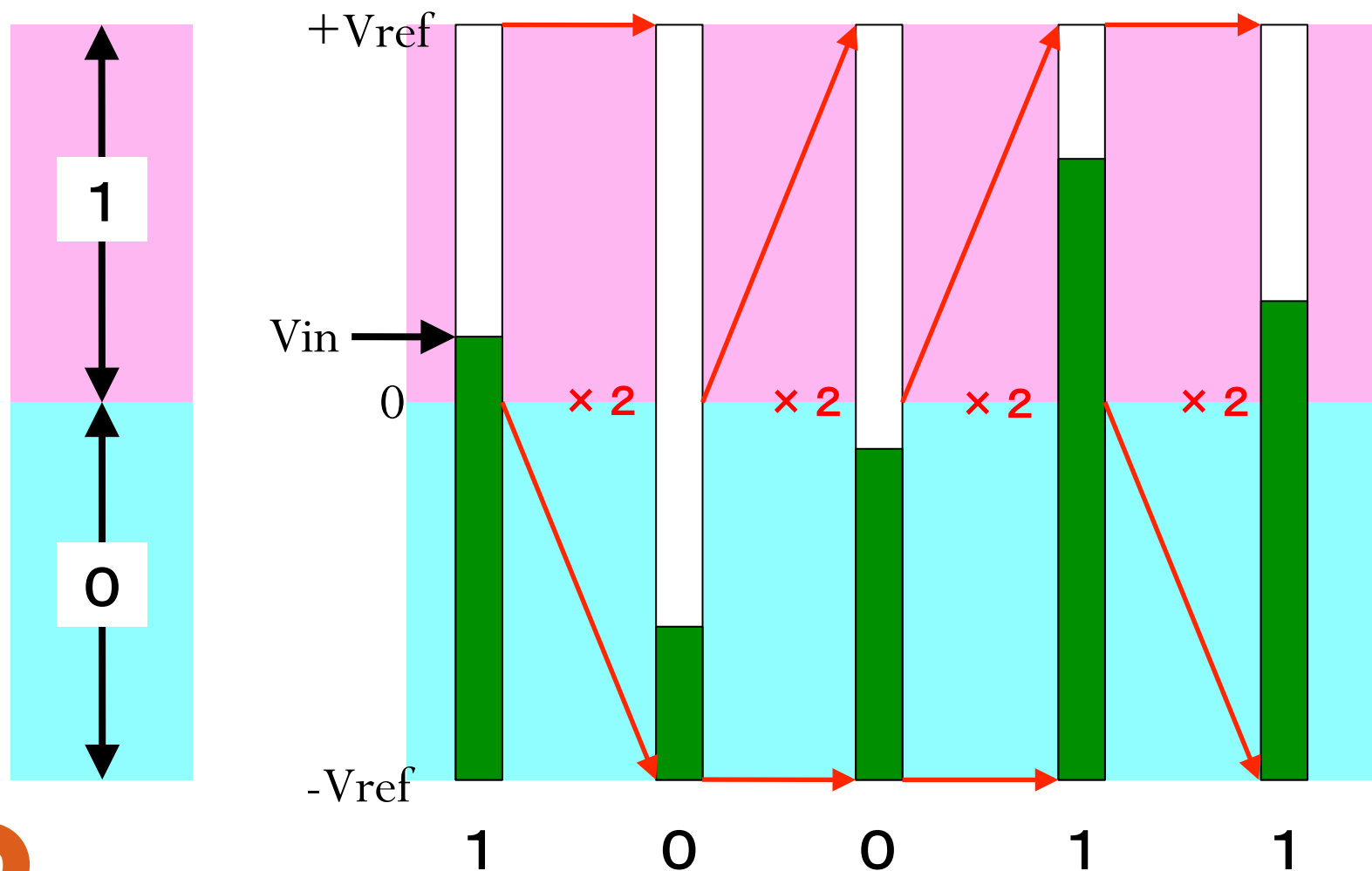


Pipelined ADC

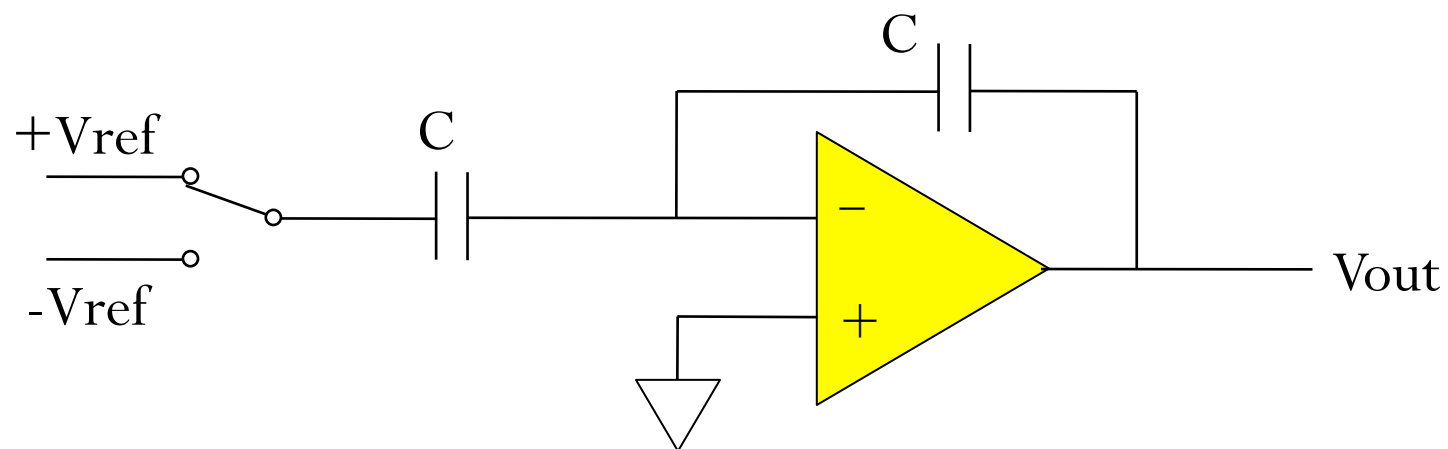
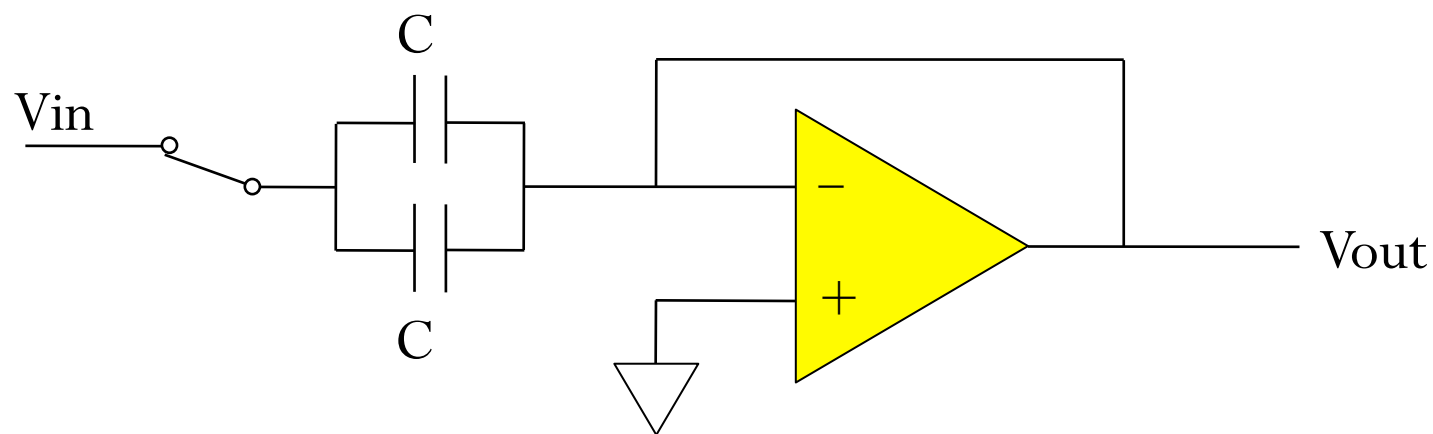
1 Stage Circuit



Pipelined ADC の仕組み



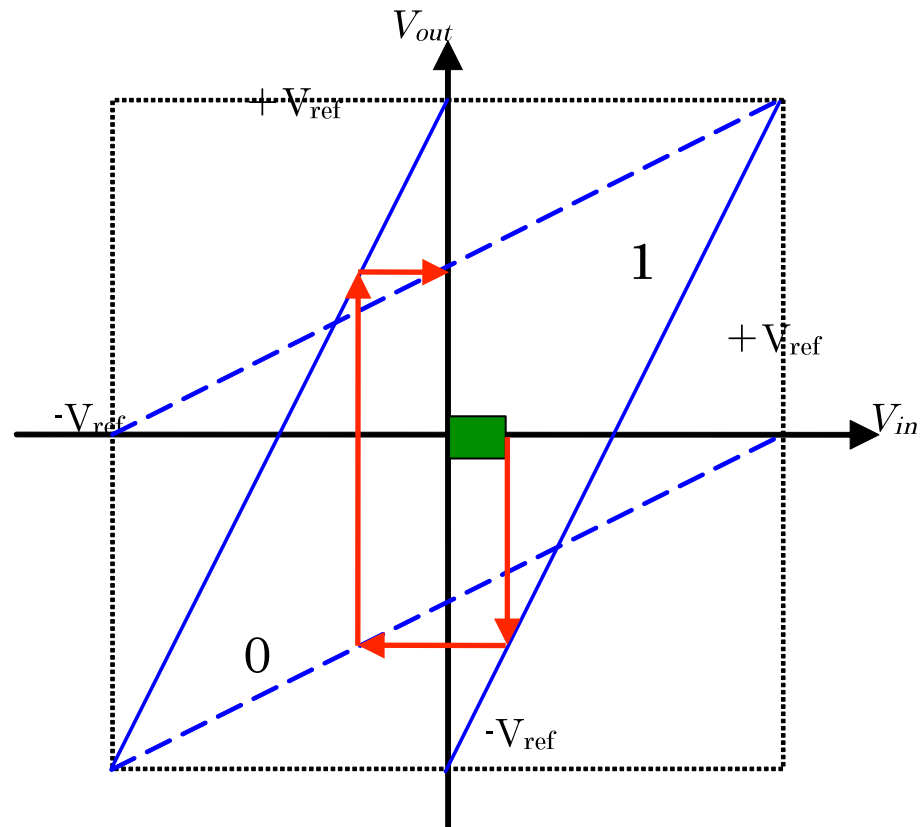
$V_{out}=2V_{in}\pm V_{ref}$ 回路



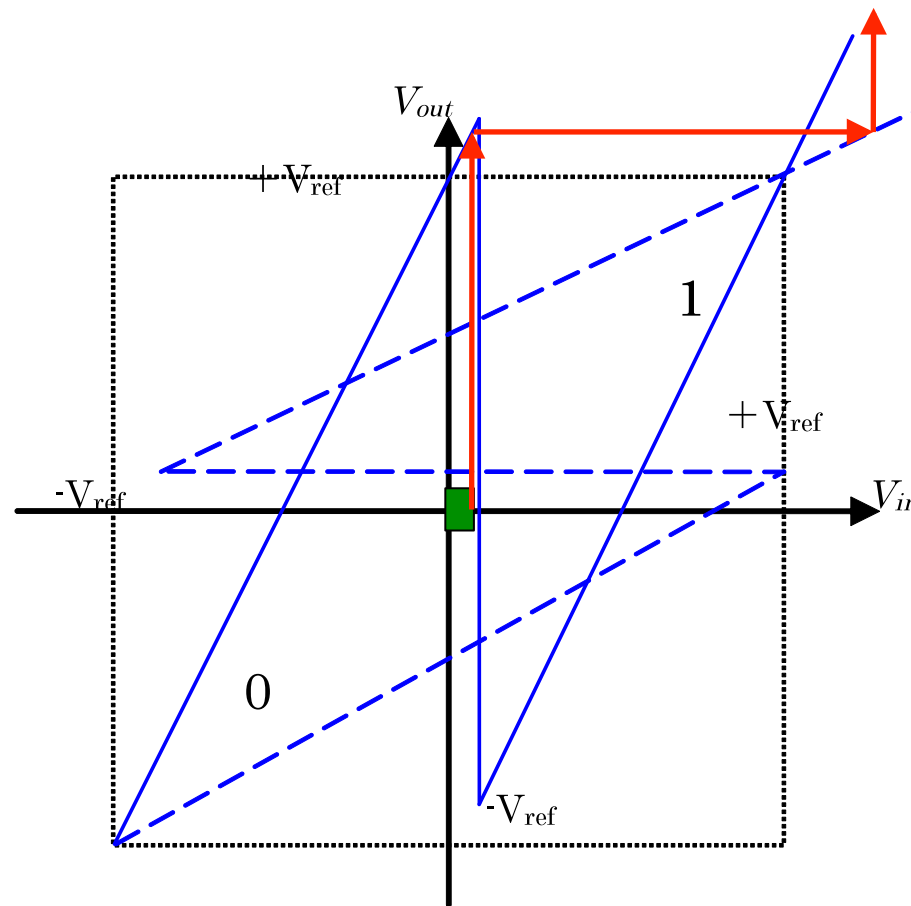
補足

- 上述の1.5bit補正ブロックのように、キャパシタをスイッチさせて増幅したり演算する仕組みを、スイッチト・キャパシタ回路という。
- LSI内では抵抗の相対精度は悪く（10%くらい）、キャパシタの相対精度のほうが良い（1%くらい）。ちなみに、Discrete部品ではキャパシタの精度は数%、抵抗の精度は0.1%以下までである。
- そこで、LSI内では抵抗よりもキャパシタを積極的に用いている。先に示した、抵抗器による反転増幅器や非反転増幅器を、スイッチトキャパシタにより代替えることも出来る。（スイッチする周期により入力信号周波数は限られるが）

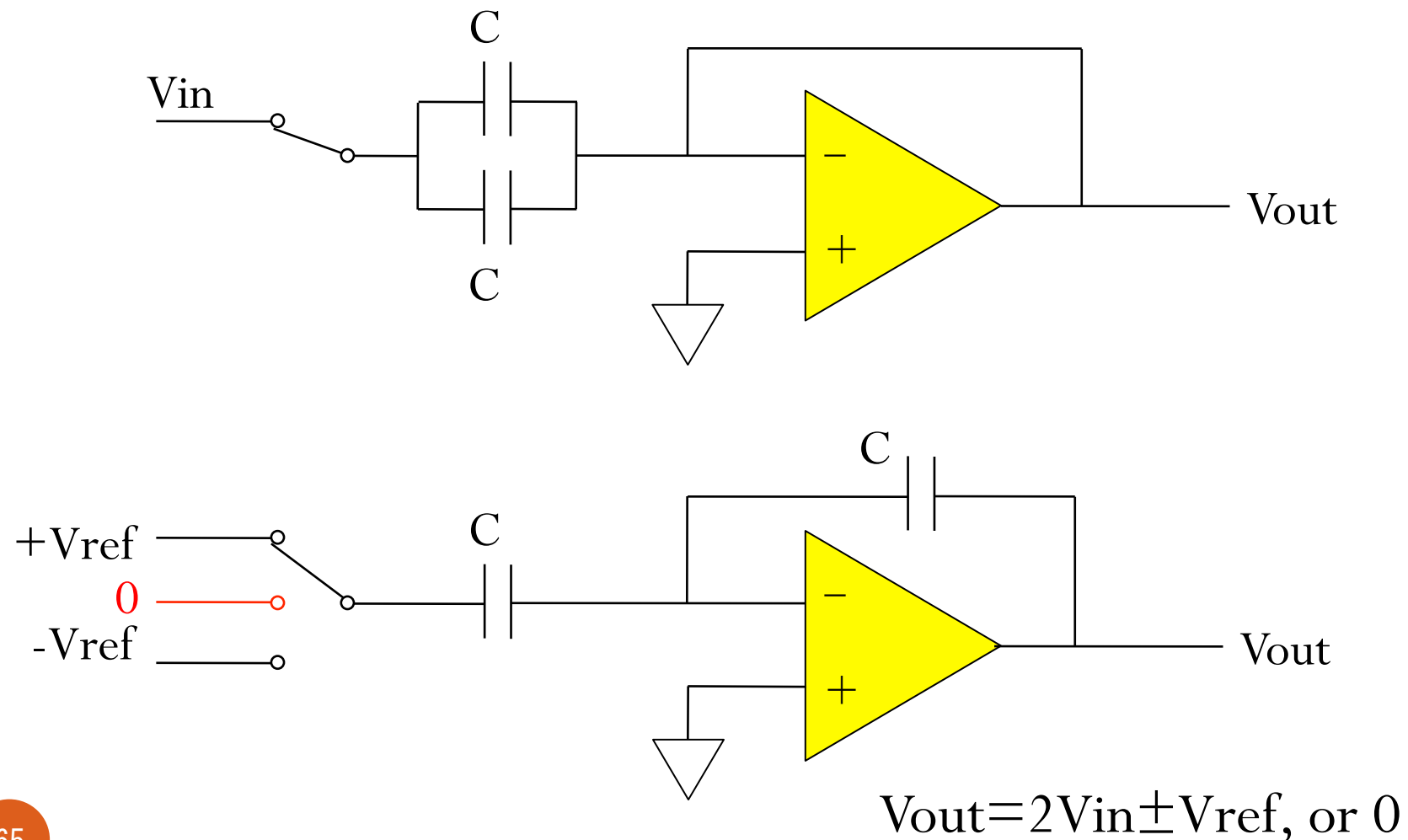
理想的な入出力特性



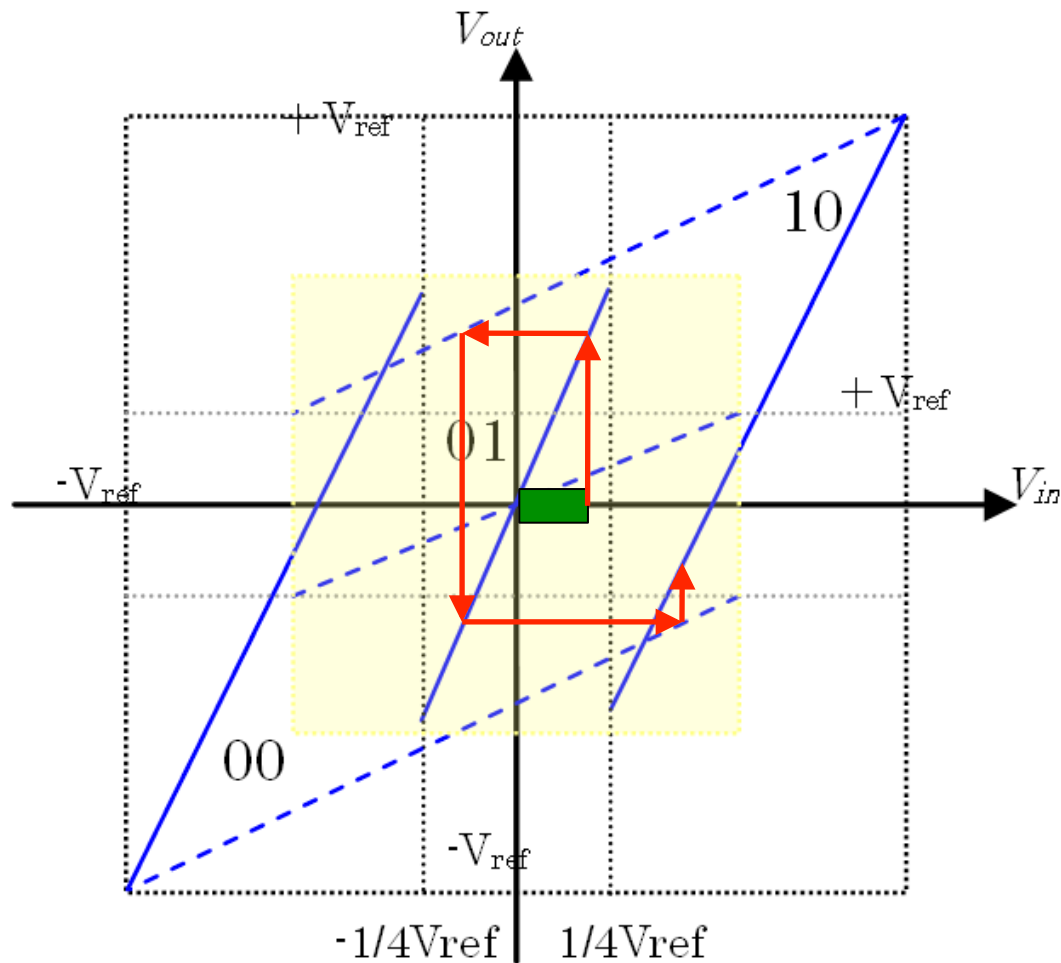
コンパレータにオフセットがある時



1.5bit補正ブロック

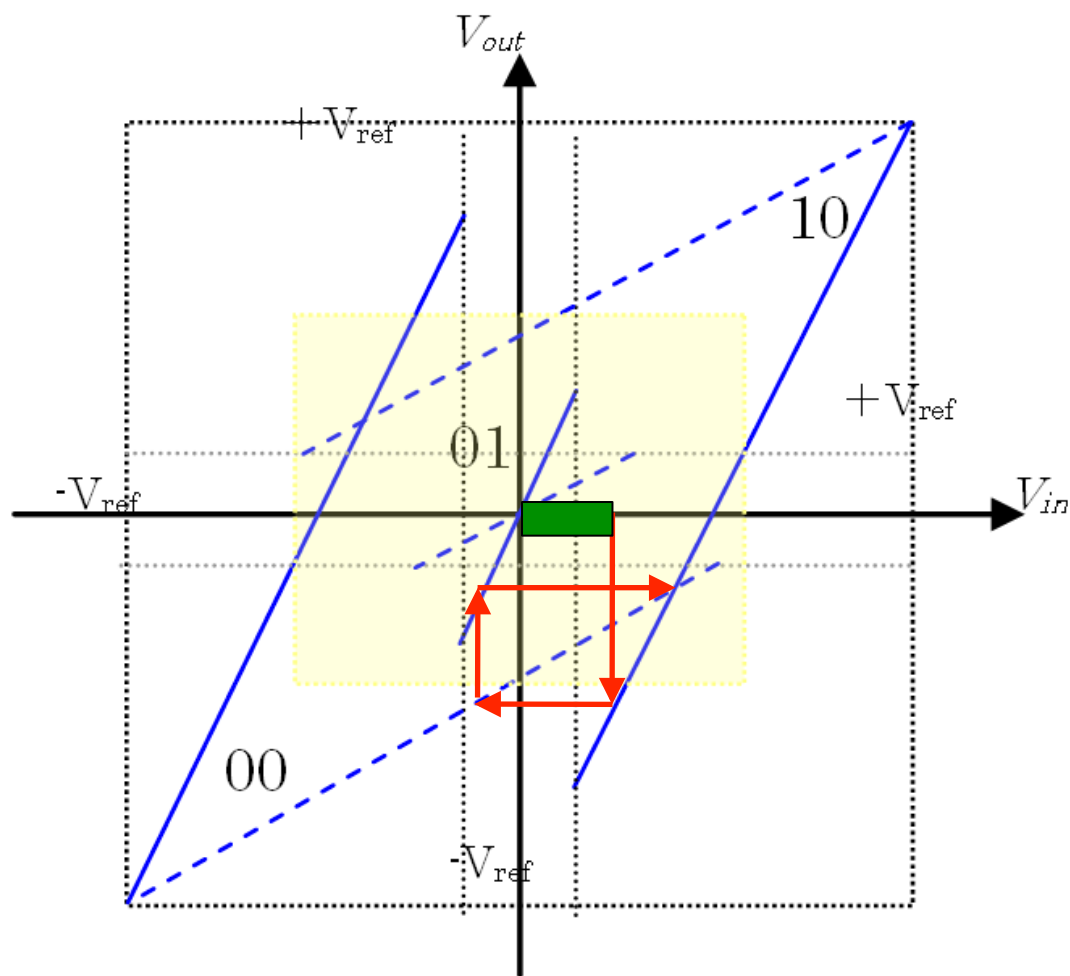


1.5bit補正 (コンパレータオフセット無し)



$$\begin{array}{r}
 01 \\
 10 \\
 01 \\
 00 \\
 10 \\
 \hline
 100110
 \end{array}$$

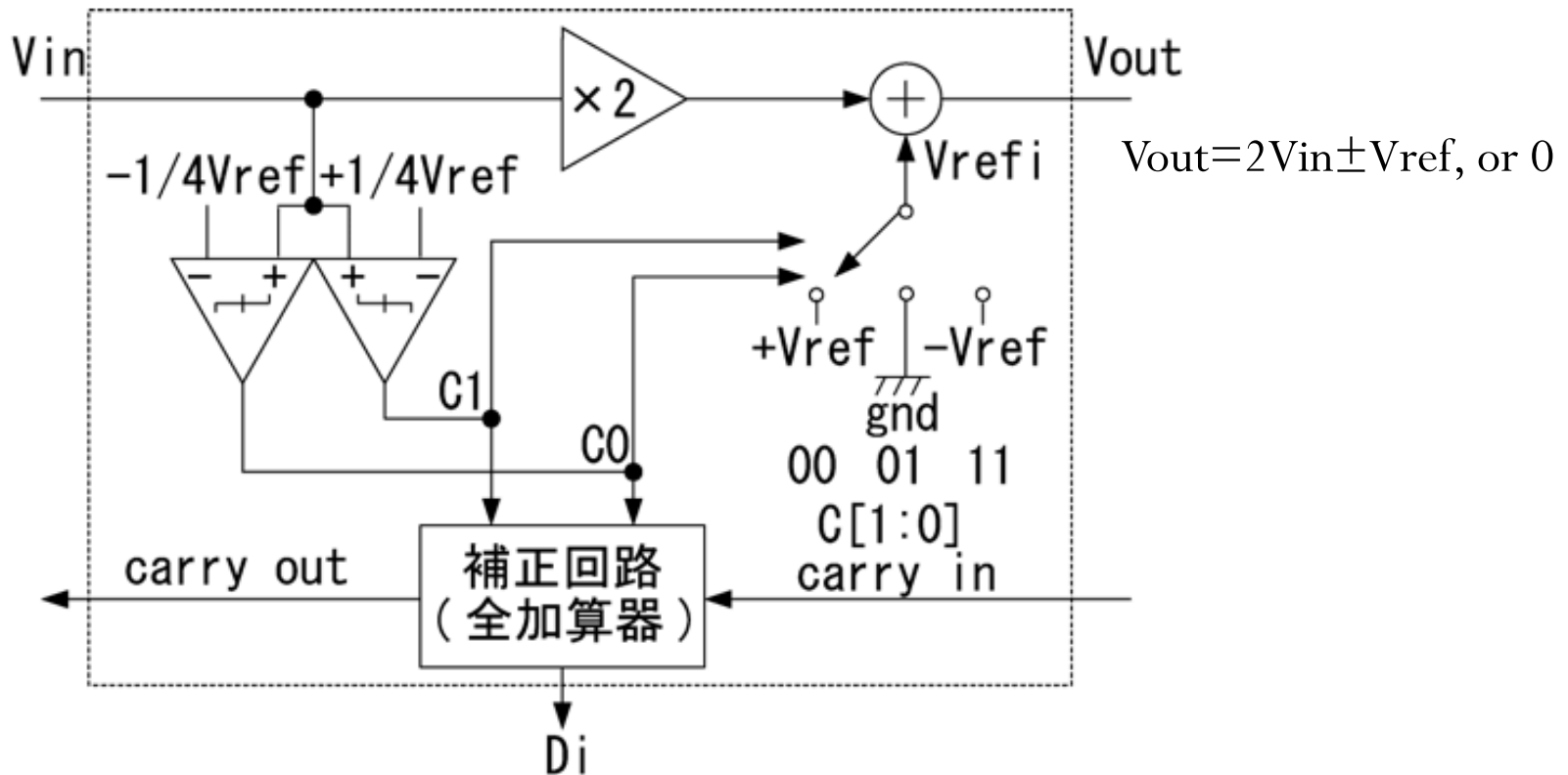
1.5bit補正 (コンパレータオフセット有り)



$$\begin{array}{r}
 10 \\
 00 \\
 01 \\
 00 \\
 10 \\
 + \\
 \hline
 100110
 \end{array}$$

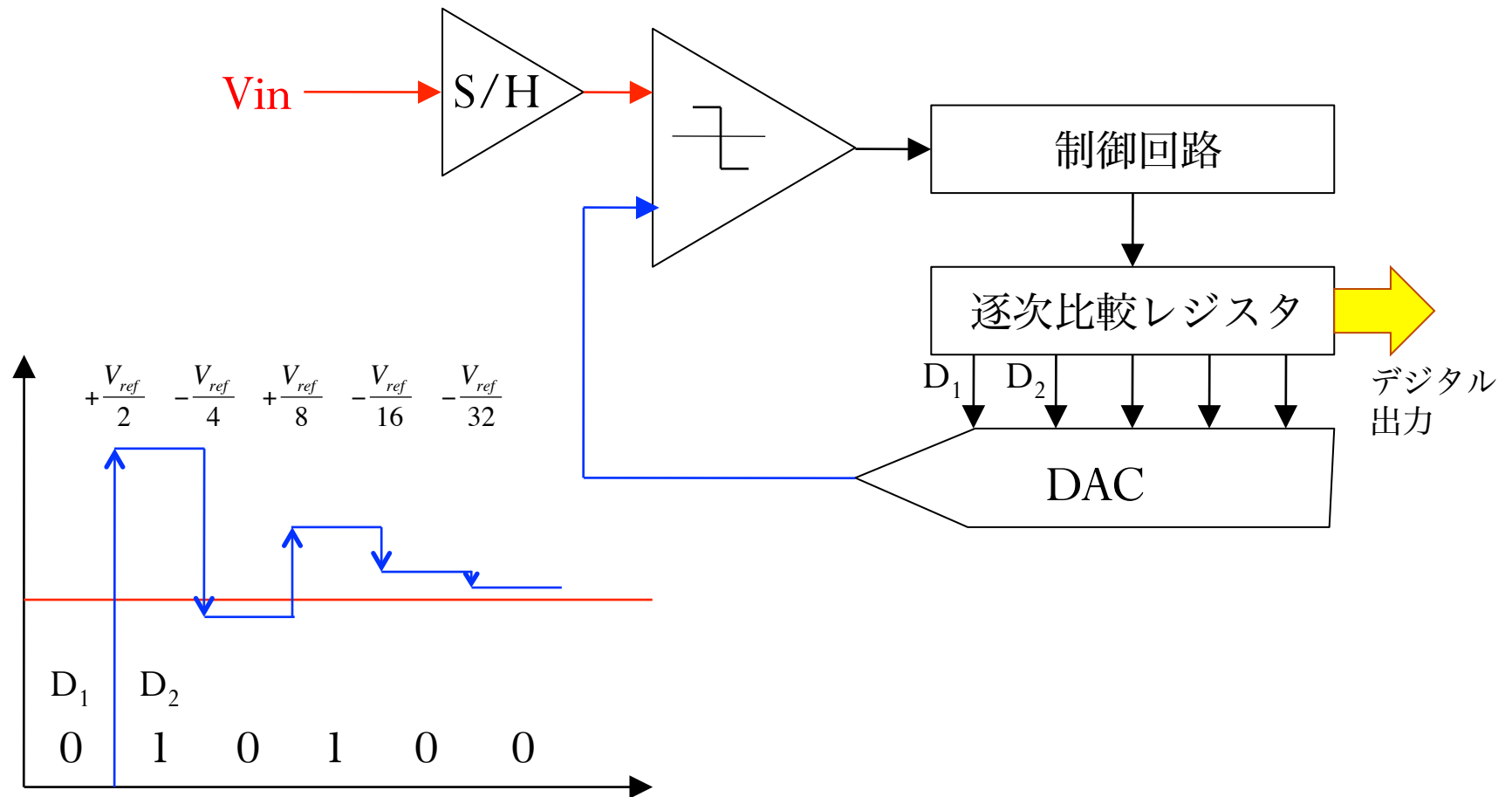
結果は同じ

1.5bit補正ブロック回路

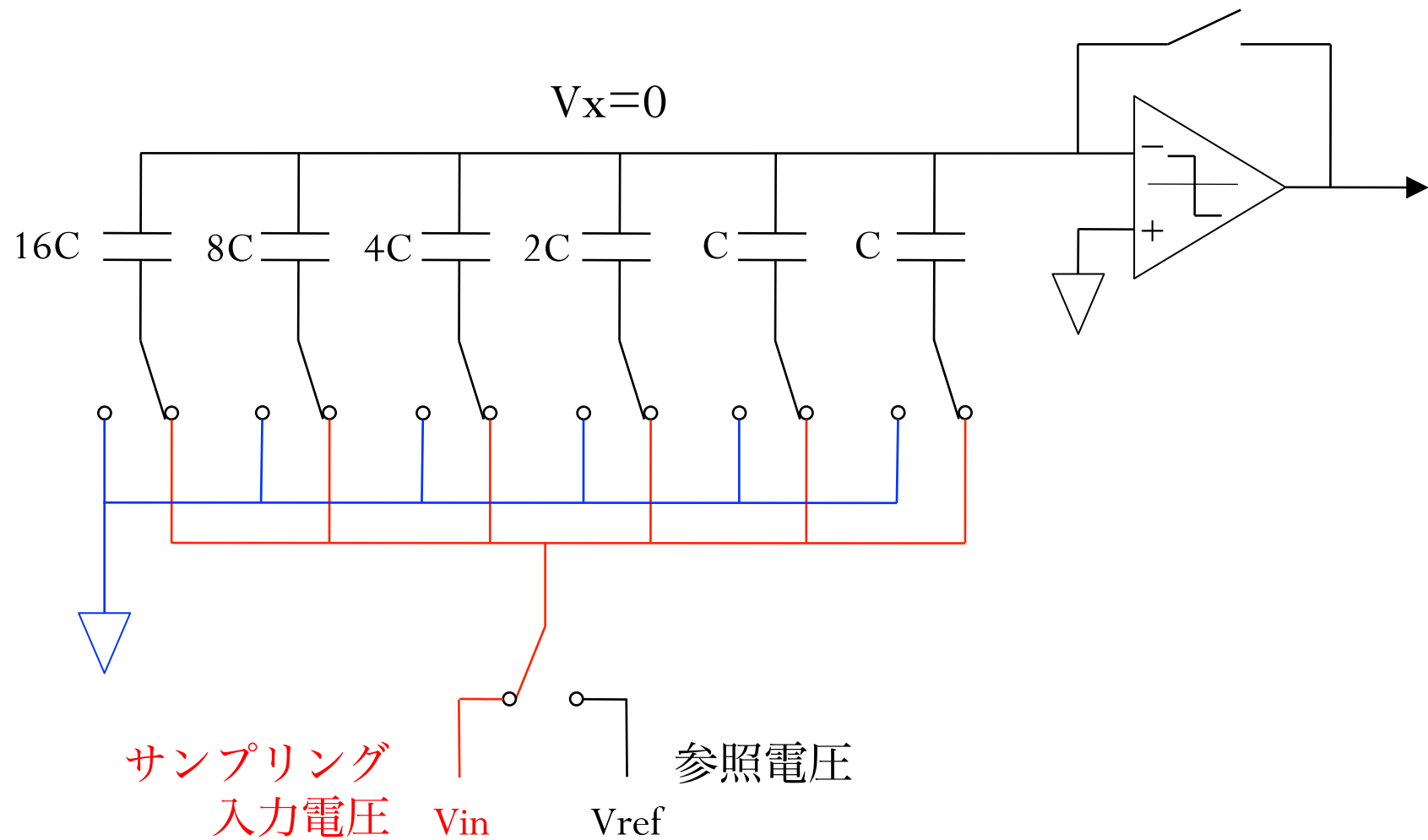


逐次比較型ADC

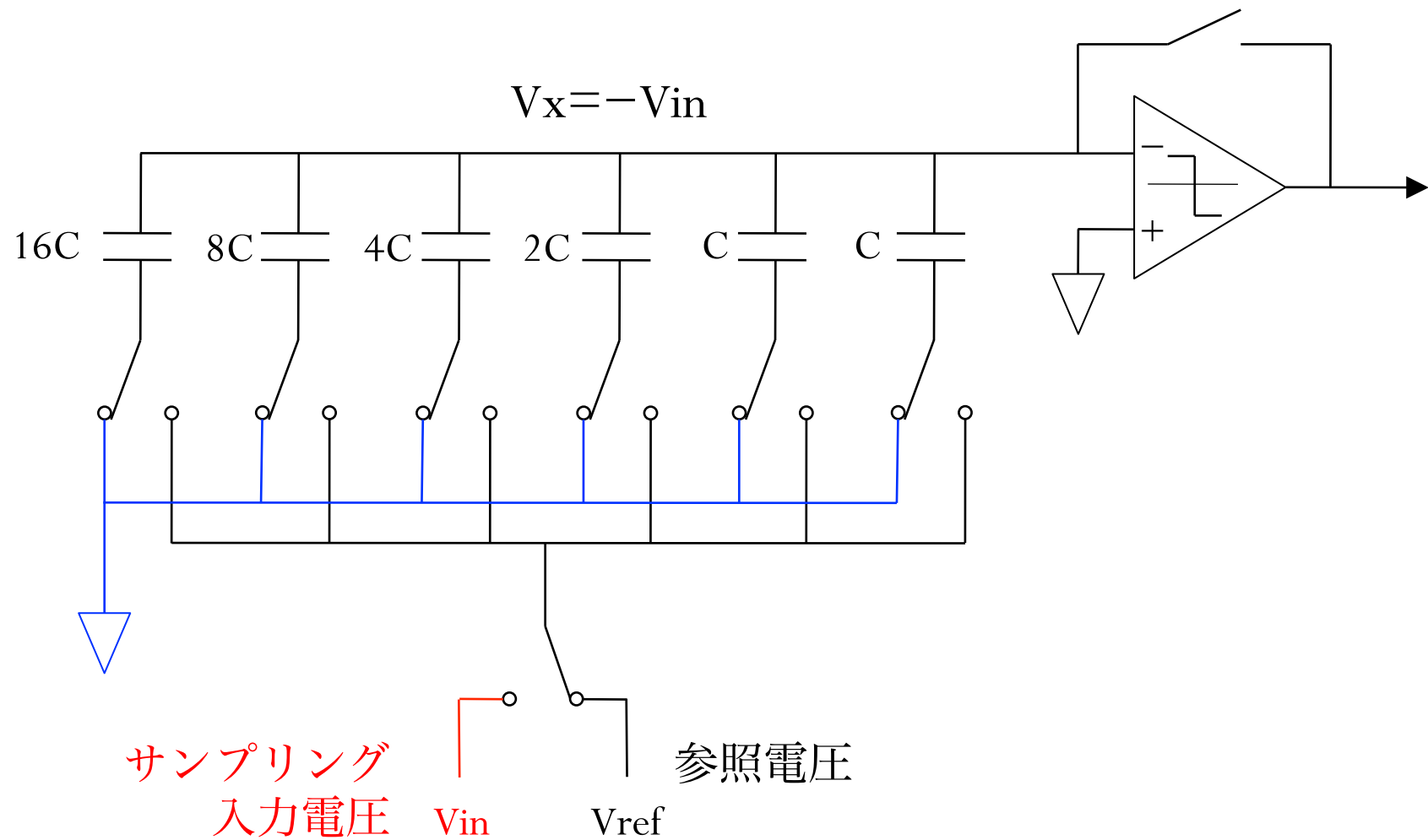
Successive-Approximation Resistor ADC



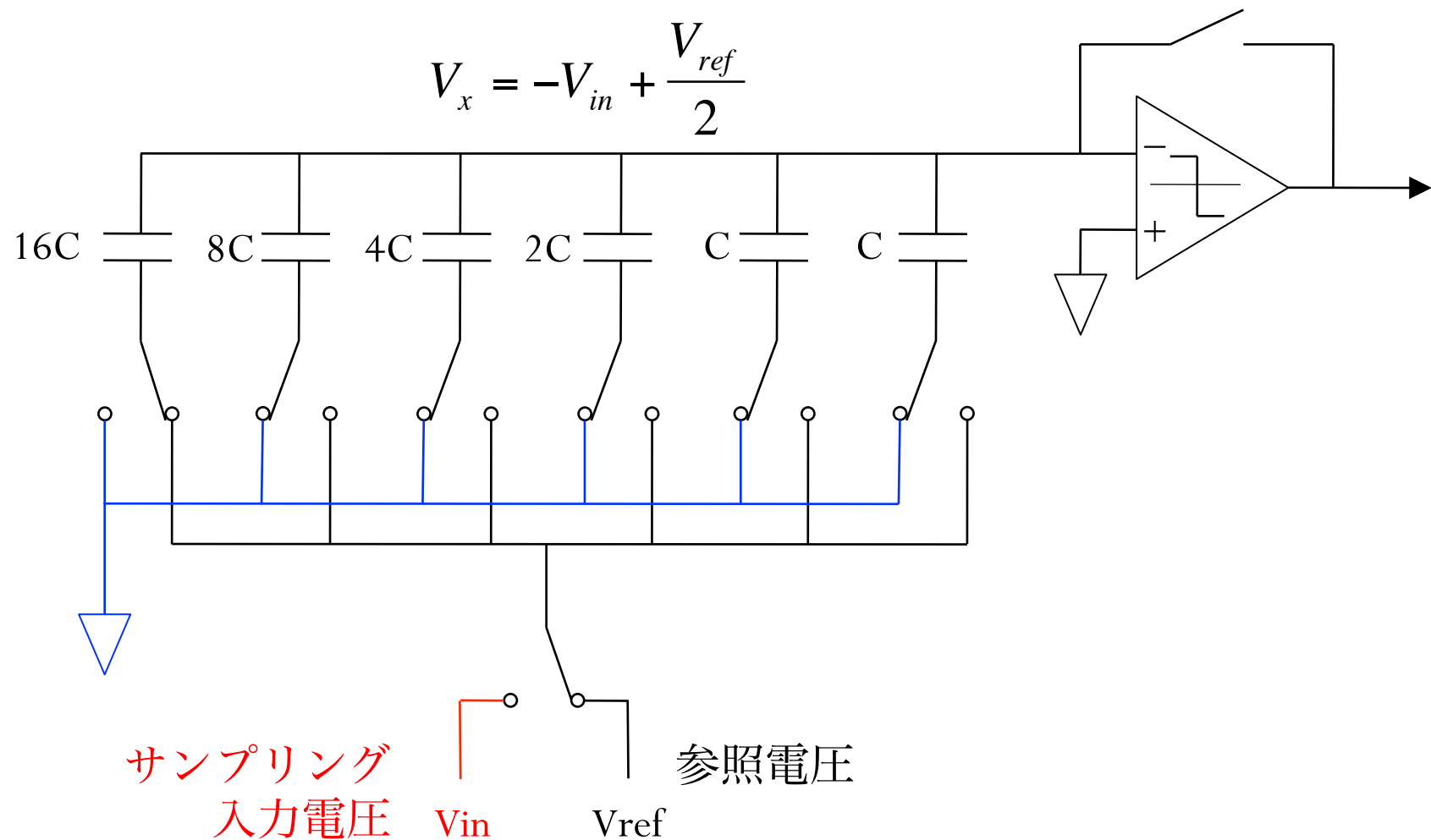
逐次比較型ADCの動作原理(1)



逐次比較型ADCの動作原理(2)

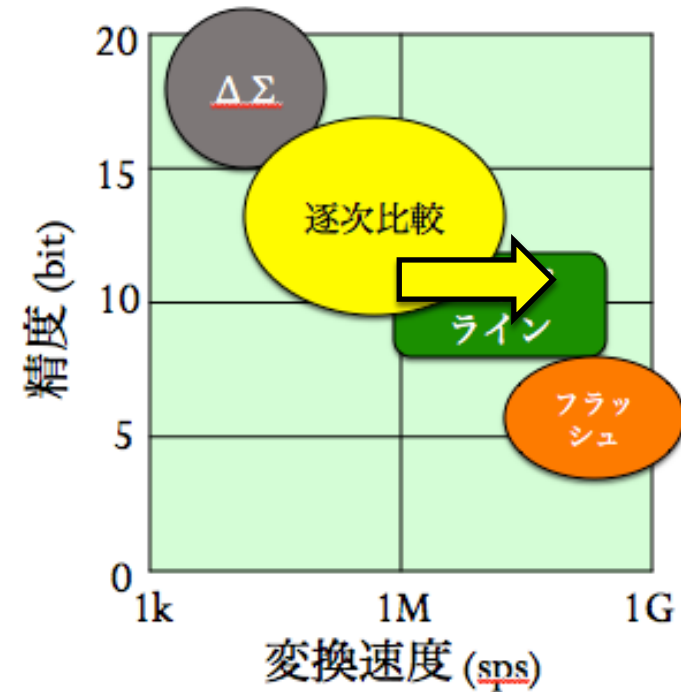


逐次比較型ADCの動作原理(3)



かなり高速のSAR ADCも登場してきている。

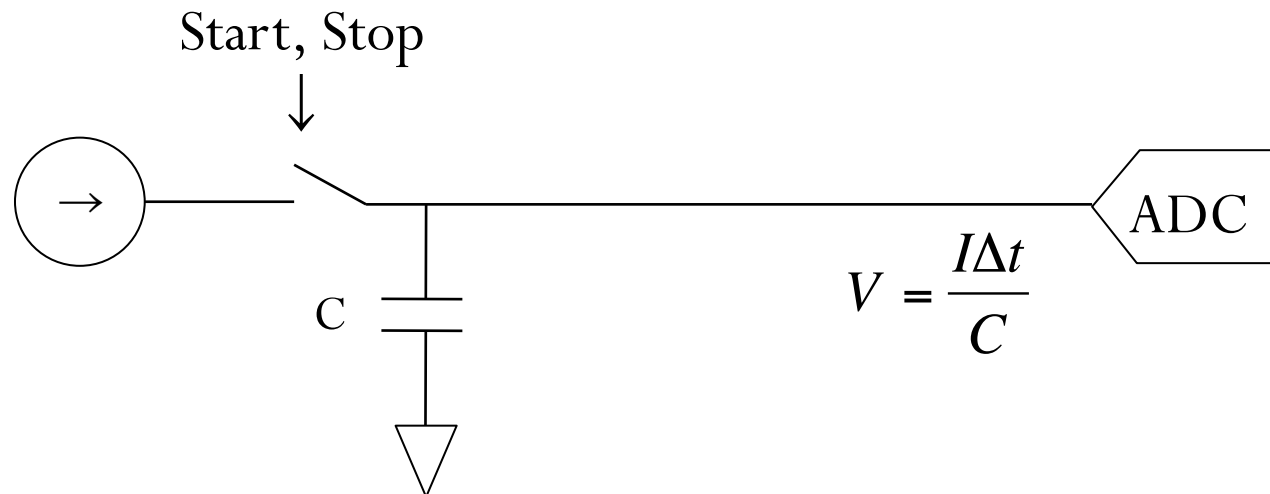
- SAR ADCの魅力は省電力であること。10bit 10Msps のパイプラインADCは5～10mWを要するが、SAR ADCなら1mW以下。
- サンプル速度のbit数倍だけのクロックを要するので、50Mspsあたりがだいたい限界ではある。



TDC (Time-to-Digital Converter)

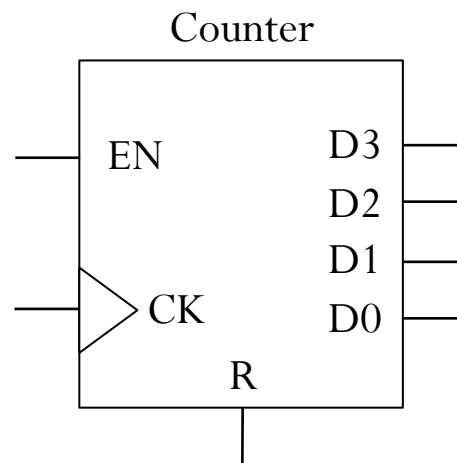
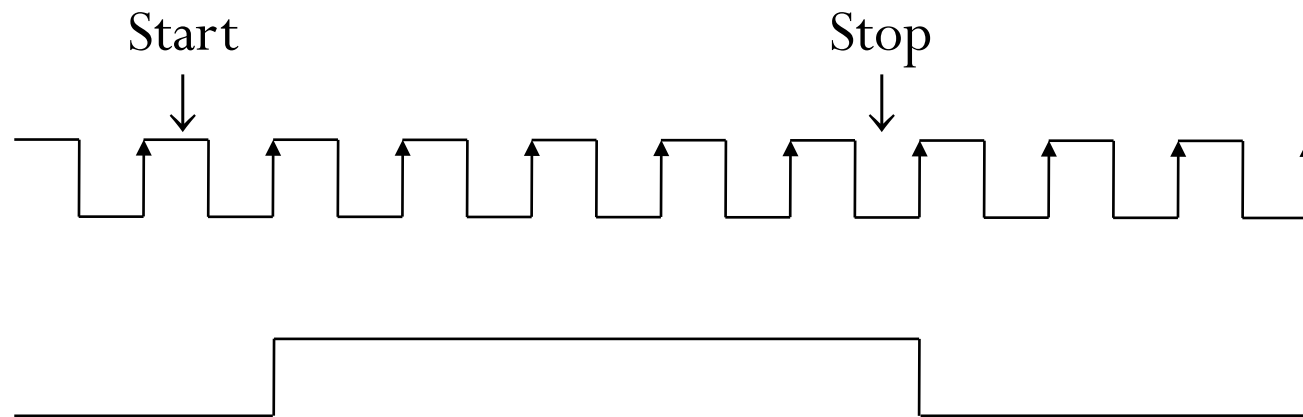
- Eventの発生した時刻の測定 (TOF: Time Of Flight)
- Pulseの時間幅の測定 (TOT: Time Over Threshold)
- いずれも、ある時間 T_{START} から T_{STOP} までの時間をデジタル化する。
- 方法：
 - 定電流源からキャパシタにチャージされた電荷から $Q=Idt$ により時間を電圧に変換し、ADCでデジタル化する。
 - 高速クロックでカウントする。
 - DLL (Delay Locked Loop) を用いる方法。

キャパシタによる時間→電圧



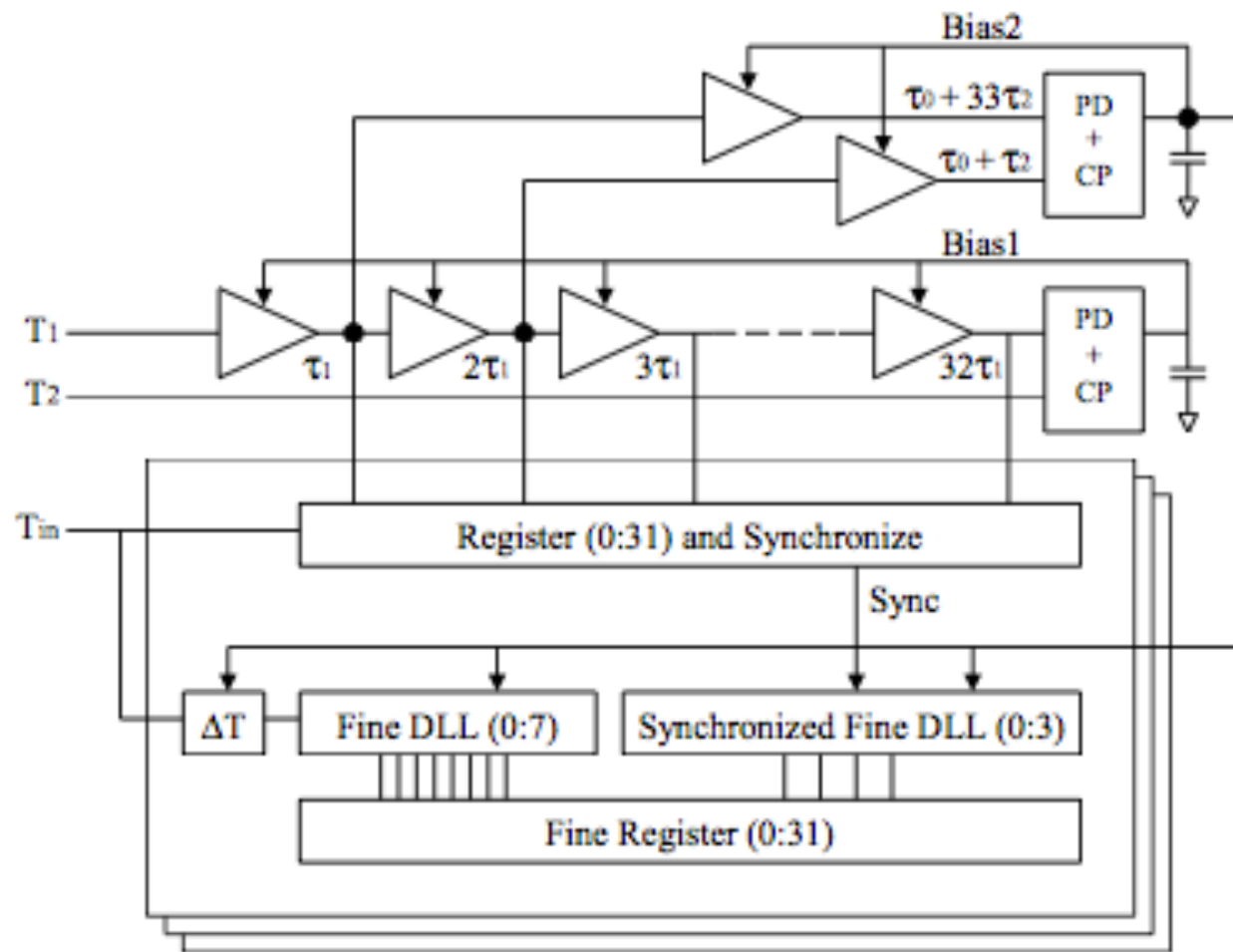
- スイッチのDischargeや非線形性の影響を受けやすい。
- $dt=300\text{ps}$ くらいまで。

カウンタによる方法



クロック周期＝分解能

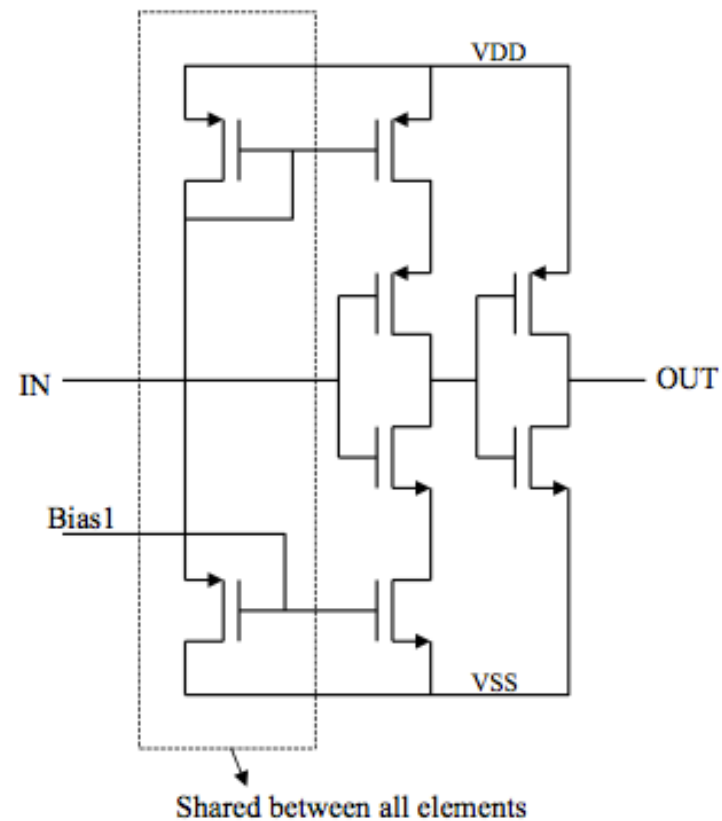
DLL (Delay Locked Loop) による方法



dt=30ps くらい
まで可能。

Fig. 2. The block diagram of the timing-to-digital converter part.

DLL用の遅延素子



遅延をコントロール
できるInverter

参考文献

- 池田博一氏「アナログ集積回路入門」講義資料
<http://research.kek.jp/people/ikeda/>
- 谷口研二氏「AD,DA変換回路の設計」ヒナテクノロジー(株)
- Gordon Gilmore, “Practical Gamma-ray Spectrometry”,
John Wiley & Sons, Ltd.
- David A. Johns & Ken Martin, “Analog Integrated Circuit Design”,
John Wiley & Sons, Ltd.
- Mark Burns & Gordon W. Roberts, “An Introduction to Mixed-Signal IC Test
and Measurement”, Texas Instruments.